



موسسه آموزش عالی
جهاد دانشگاهی خوزستان

موسسه آموزش عالی جهاد دانشگاهی خوزستان
گروه آموزشی مهندسی عمران

سازه های فولادی پیشرفته



فصل (۷)

طراحی تیر ستون ها

Design of Beam Column

دانشجویان محترم لطفاً کلیه محاسبات انجام گرفته در تمامی مثال های این بخش را از نظر صحت نتایج کنترل نموده و در صورت مشاهده هرگونه مشکل محاسباتی با ذکر آدرس دقیق، موضوع را از طریق ارسال ایمیل به n.siahpolo@gmail.com اطلاع دهید. بدیهی است که اصلاحات شما می تواند به بهبود نوشته حاضر کمک شایانی نماید.

تهیه و تنظیم:

دکتر نوید سیاه پلو

 [navid_siahpolo](https://www.instagram.com/navid_siahpolo)

استادیار گروه آموزشی مهندسی عمران

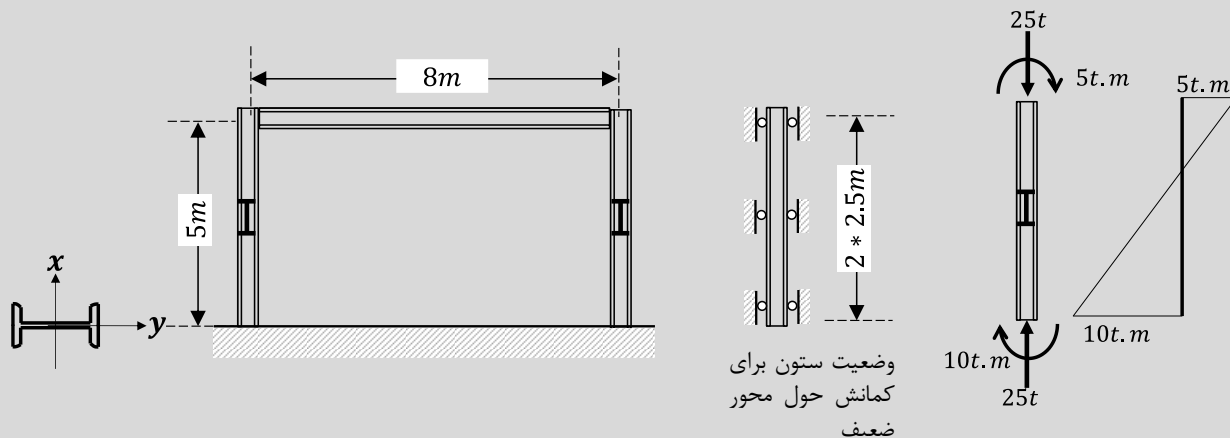
ویرایش ۴- بهار ۱۴۰۰

. توجه مهم! هرگونه کپی برداری از بخش یا تمام مطالب موجود در این جزوه آموزشی و یا انتشار آن در فضای مجازی و هرگونه وبسایتی بدون کسب اجازه از مؤلف، تخلف محسوب شده و برابر ماده ۲۳ قانون حمایت حقوق مؤلفان و مصنفان و هنرمندان قابل پیگرد قانونی است.

مثال ۱

تیرستونی مطابق شکل زیر مستقر در قاب تک دهانه مفروض است. ستون در صفحه قاب ($y-z$) دارای امکان تغییر مکان جانبی دو انتها است. اما برای صفحه $x-z$ علاوه بر دو انتهای مفصل در وسط تیر-ستون دارای تکیه‌گاه جانبی است. نمودار لنگر خمشی که در شکل نمایش داده شده است، مربوط به خمش حول محور x است. بر این اساس ستون را به کمک پروفیل IPB متوسط طراحی نمایید در حل فرض کنید که ۵۰ درصد نیروهای حاصل از تحلیل در اثر بار ثقیل و ۵۰ درصد دیگر در اثر بار جانبی به دست آمده‌اند. کلیه بارها ضریب دار هستند.

ممان اینرسی تیر را سه برابر ممان اینرسی ستون فرض نمایید.



حل:

در ابتدا لازم است ضریب لاغری حول محور x و y محاسبه شود. برای صفحه yz (صفحه‌ای که قاب در آن نمایش داده شده است) ستون دارای مکان حرکت جانبی است. بنابراین K_x بزرگتر از یک محاسبه می‌شود. از طرفی برای کمانش حول محور y ستون بدون حرکت جانبی است (زیرا طبق شکل وسط در کمانش حول محور ضعیف بالا و پایین ستون تکیه‌گاه دارد) بنابراین K_y را یک در نظر می‌گیریم.

گیردار $G_A = 1$:

$$G_B = \frac{I}{\frac{3I}{8}} = 0.53$$

$$K_x = \sqrt{\frac{1.6 \times 1 \times 0.53 + 4(1 + 0.53) + 7.5}{1 + 0.53 + 7.5}} = 1.27$$

$$K_y = 1$$

توجه

برای محاسبه P_{ueff} محوری از کمانش در نظر گرفته می شود که α بیشتری را نتیجه دهد. دقت کنید که در این مسئله تنها خمشی حول محور x است لذا α تنها بر اساس $K_x L$ حساب شده است.

$$K_x = 1.27, L = 5 \rightarrow KL = 1.27 \times 5 = 6.35$$

$$\rightarrow KL = 6, \alpha = 6.20$$

$$P_{ueff} = P_u + \alpha M_{ux} + 3\alpha M_{uy} = 25 + 6.20 \times 10 + 0 = 87 \text{ ton}$$

$$A \geq \frac{P_{eff}}{F_{cr}} = \frac{87 \times 10^3 \text{ kg}}{1800 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 48.3 \text{ cm}^2 \rightarrow A \geq 48.3 \text{ cm}^2$$

با اینکه می توان از IPB180 استفاده کرد، اما در ادامه مشخصات IPB200 از نوع متوسط از جدول اشتال برداشت می شود.

$$IPB 200: d = 20, b_f = 20, t_w = 0.9, t_f = 1.5, A = 78.1, S_x = 570, S_y = 200, r_x = 8.54, r_y = 5.07$$

محاسبه $\phi_c P_{nc}$:

ابتدا لاغری حول محوره های x و y به دست می آید.

$$\lambda_x = \frac{K_x L}{r_x} = \frac{1.27 \times 500}{8.54} = 74.3: [1]$$

$$\lambda_y = \frac{K_y L}{r_y} = \frac{1 \times 250}{5.07} = 49.3: [2]$$

$$[1], [2] \Rightarrow \lambda_{max} = 74.3 \rightarrow F_{cr} = 1836$$

دقت شود که در ستون های با مقطع تک I تنها معیار کمانش خمشی در محاسب F_{cr} در نظر گرفته می شود. ضمناً برای تعیین این پارامتر از مطالب فصل ۳ استفاده شده است. متناظر با لاغری ۷۴.۳ می توان از جدول F_{cr} آماده موجود در کتاب ازهری استفاده نمود که در این صورت لازم است بین مقادیر ۷۴ و ۷۵ میانمایی انجام شود.

$$\phi_c P_{nc} = \phi_c F_{cr} A_g = 0.9 \times 1836 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \times 78.1 \text{ cm}^2 = 129000 \text{ kg} = 129 \text{ ton} \text{ در نهایت}$$

محاسبه $\phi_b M_{nx}$:

برای محاسبه M_{nx} (متناظر با کمانش حول محور x یعنی وضعیت ستون در صفحه yz) از مطالب ارائه شده در فصل ۴ استفاده شده است. بدین جهت در ابتدا لازم است مشخص شود که وضعیت کمانش خمشی جانبی ستون چگونه است. این موضوع با محاسبه L_p و L_r میسر است. با استفاده از جدول صفحه ۳۹۴ کتاب ازهری برای IPB200 و با فرض استفاده از مصالح ST37 داریم:

$$L_p = 259.7 \text{ cm}$$

$$L_r = 1335 \text{ cm}$$

برای خمشی حول محور x $L_b = 500 \text{ cm}$:

$$\rightarrow L_p \leq L_b \leq L_r \text{ در این مسئله}$$

الف) حالت حدی تسلیم:

$$M_{nx} = Z_x F_y = 620 \text{ cm}^3 \times 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 1488000 \text{ kg.cm} = 14.9 \text{ ton.m}$$

ب) حالت حدی کمانش پیچشی جانبی:

بررسی قبل نشان داد که کمانش از نوع غیر ارتجاعی است. بدین منظور می‌بایست C_b را به دست آوریم. یادآور می‌شویم که C_b در ویرایش ۹۲ به صورت زیر ارائه شده است:

$$C_b = \frac{12.5M_{\max}}{2.5M_{\max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \leq 3.0$$

توجه:

با توجه به نمودار لنگر ارائه شده در صورت مسئله، لنگر در نقاط زیر را محاسبه می‌کنیم:

$M_{\max}$ حداکثر لنگر بین فواصل مهارهای جانبی

M_A لنگر در $\frac{1}{4}$ طول مهار نشده

M_B لنگر در $\frac{1}{2}$ طول مهار نشده

M_C لنگر در $\frac{3}{4}$ طول مهار نشده

با استفاده از دیاگرام لنگر خمشی که در صورت مسئله داده شده و به کمک تشابه مثلث، داریم:

$$M_{\max} = 10t.m, M_A = 6.24t.m, M_B = 2.49t.m, M_C = 1.26t.m$$

دقت کنید که مهار جانبی برای خمشی حول محور x در بالا و پایین ستون قرار گرفته است.

$$C_b = \frac{12.5 \times 10}{2.5 \times 10 + 3 \times 6.24 + 4 \times 2.49 + 3 \times 1.6} \times 1 = 2.17 \leq 3$$

توجه:

R_m برای مقاطع متقارن 1 است.

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - 0.7F_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p$$

$$M_n = 2.17 \left[14.9 - (14.9 - 0.7 \times 2400 \times 570 \times 10^{-5}) \left(\frac{500 - 259.7}{1335 - 259.7} \right) \right] = 29.8 \text{ ton.m}$$

در نهایت لنگر خمشی اسمی برابر است با حداقل مقادیر به دست آمده در اثر تسلیم و کمانش جانبی-پیچشی.

$$M_{nx} = \min \{M_n^1, M_n^2\} = \min \{14.9 t - m, 29.8 t - m\} = 14.9 t - m$$

محاسبه $\phi_b M_{ny}$:

از آنجایی که در صورت مسئله خمشی حول محور y داده نشده است، نیازی به محاسبه M_{ny} نیست.

محاسبه ضرایب تشدید B_1 و B_2 :

توجه:

در این مسئله B_{1x}, B_{2x} محاسبه می‌شود زیرا صرفاً لنگر حول محور x داده شده است. اگر خمشی دوطرفه بود، حول هر دو محور x, y می‌بایست ضرایب تشدید به دست آیند.

مطابق ضابطه پ-۲-۱-۲ مبحث ۱۰ ویرایش ۹۲ در صفحه ۳۰۱ ضریب C_m برای ستون‌های فاقد هر نوع بار جانبی بین دو انتها در صفحه خمشی برابر است با:

$$C_{mx} = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2} = 0.6 - 0.4 \times \frac{5}{10} = 0.4 \geq 0.4$$

دقت کنید با توجه به جهت لنگرهای داده شده، انحنای ستون از نوع مضاعف و بنابراین $M_1/M_2 > 0$ است.

توجه:

در روش تحلیل طول مؤثر $EI = (EI)^*$ و همچنین K_1 همواره یک است، چه قاب حرکت جانبی داشته باشد و چه نداشته باشد.
سؤال) چرا آیین‌نامه از K_1 در رابطه P_{e1} استفاده کرده است در حالی که می‌توان بجای آن ۱ در نظر گرفت؟

$$P_{e1x} = \frac{\pi^2 (EI)^*_x}{(K_{1x} L)^2} = \frac{\pi^2 \times 2.1 \times 10^6 \frac{kg}{cm^2} \times 5700 cm^4}{(1 \times 500 cm)^2} = 473000 kg = 473 ton$$

$$B_{1x} = \frac{C_{mx}}{1 - \frac{P_u}{P_{e1x}}} = \frac{0.4}{1 - \frac{25}{473}} = 0.42 \neq 1 \rightarrow B_{1x} = 1$$

برای محاسبه B_2 لازم است نیروی فشاری هر طبقه محاسبه شود. این نیرو بر اساس مجموع فشار ناشی از بار مرده و زنده با در نظر گرفتن ترکیب بارگذاری $1.2D+L$ به دست می‌آید. البته در این مسئله بار محوری مرده و زنده به تفکیک داده نشده است فقط عنوان شده که ۵۰٪ نیروی محوری از نوع ثقیلی است. بنابراین می‌پذیریم که:

$$P_{story} = 2 \times 0.5 \times 25 = 25$$

عدد ۲ بخاطر این است که قاب در طبقه از ۲ ستون تشکیل شده است. مقاومت کمانش بحرانی الاستیک طبقه در راستای جابجایی جانبی مورد مطالعه و پر پایه تحلیل کمانش جانبی که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P_{e-story} = \left(1 - 0.15 \frac{P_{mf}}{P_{story}} \right) \frac{HL}{\Delta_H}$$

P_{mf} مجموع بارهای قائم ستون‌های قاب خمشی ناشی از ترکیبات بارگذاری نظیر راستای جانبی مورد مطالعه در طبقه مورد نظر.

۱. P_{mf} برای قاب‌های ساختمان ساده توأم با مهاربند یا دیوار برشی برابر صفر است.

۲. P_{mf} برای قاب‌های خمشی و سیستم‌های دوگانه یا ترکیبی در صورتی که کلیه اتصالات گیردار باشند برابر P_{story} است.

۳. P_{mf} برای قاب‌های خمشی سیستم‌های دوگانه یا ترکیبی در صورتی که برخی قاب‌های به صورت ثقیلی طراحی شده باشند، برابر مجموع بارهای قائم ستون‌های قاب خمشی است.

مسئله ارائه شده حالت ۲ است پس:

$$P_{e-story} = 0.85 \frac{HL}{\Delta_H}$$

آیین‌نامه فولاد آمریکا اجازه می‌دهد در قاب‌های خمشی فولادی برای محاسبه $P_{e-story}$ از رابطه زیر استفاده نمود:

$$P_{e-story} = \sum \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

در این مسئله نیز از همین رابطه استفاده می شود چون H و Δ_H در این مسئله داده نشده است. با فرض اینکه مقطع هر دو ستون شبیه هم است داریم:

$$P_{e-story-x} = 2 \times \frac{\pi^2 \times 2.1 \times 10^6 \times 5700}{(1.27 \times 500)^2} \times 10^{-3} = 586 \text{ ton}$$

عدد ۲ تعداد ستون ها و ۱/۲۷ مقدار K_x است. دلیل اینکه از K_x استفاده کردیم این است که می خواهیم B_{2x} را محاسبه نماییم. در نهایت داریم:

$$B_{2x} = \frac{1}{1 - \frac{P_{story}}{P_{e-story-x}}} = \frac{1}{1 - \frac{25}{586}} = 1.045 \geq 1$$

در ادامه نیروی محوری فشاری و لنگر خمشی تشدید یافته به شرح زیر برآورد می گردد:

$$M_{ux} = B_1 M_{ntx} + B_2 M_{ltx} = 1.0 \times 0.5 \times 10 + 1.045 \times 0.5 \times 10 = 10.23 \text{ t.m}$$

$$P_{ux} = P_{nt} + B_{2x} P_{Lt} = 0.5 \times 25 + 1.045 \times 0.5 \times 25 = 25.6 \text{ ton}$$

رابطه کنترل تیرستون:

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} = \frac{25.6}{129} \cong 0.2 \geq 0.2$$

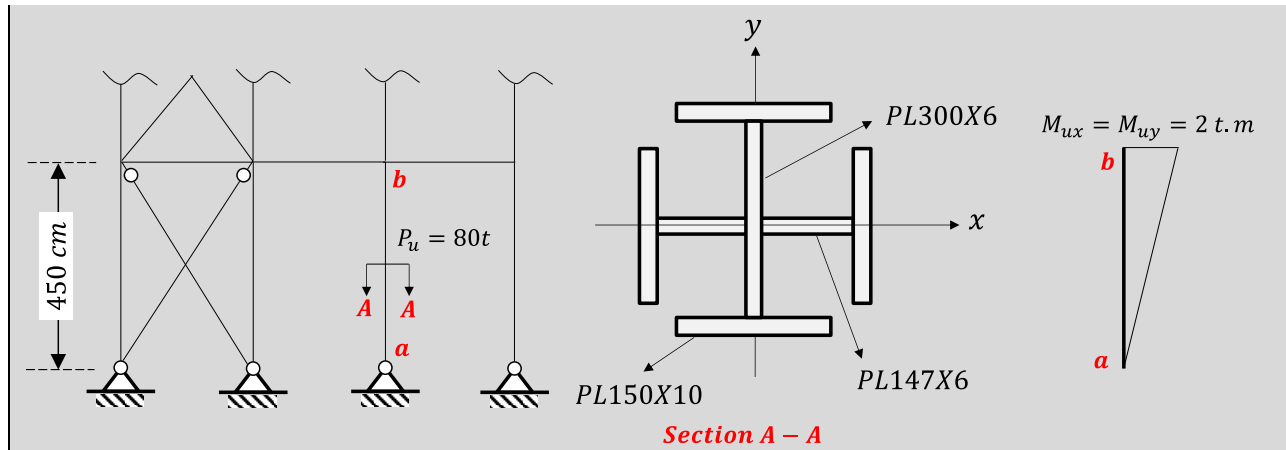
$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) = \frac{25.6}{129} + \frac{8}{9} \left(\frac{10.5}{0.9 \times 14.8} + 0 \right) = 0.9 \leq 1.0$$

اگر مقطع ستون جوابگو نبود یکی از ۳ راهکار زیر انتخاب شود:

۱. افزایش شماره پروفیل تک
۲. استفاده از پروفیل دابل
۳. تقویت پروفیل تک با ورق تقویتی

مثال ۲

در شکل زیر تیر-ستون ab را برای مشخصات داده شده به کمک مقطع صلیبی کنترل نمایید. در حل فرض کنید که ۵۰ درصد نیروهای حاصل از تحلیل در اثر بار ثقلی و ۵۰ درصد دیگر در اثر بار جانبی به دست آمده اند. کلیه بارها ضریب دار هستند. ضمناً کل نیروی جانبی وارد بر قاب در تراز سقف طبقه اول ۴۰ تن و جابجایی جانبی قاب نیز ۲/۲۵ سانتی متر است ($H=40\text{ton}$ و $\Delta=2.25\text{cm}$)



حل:

قدم اول محاسبه مشخصات مکانیکی مقطع صلیبی است. دقت شود که در محاسبه ممان اینرسی حول محور X اولاً برای ورق‌های بالا و پایین صرفاً ممان اینرسی انتقالی در نظر گرفته شده و از طرفی از ممان اینرسی ورق‌های ۶×۱۴۷ حول X به دلیل ناچیز بودن صرفه نظر شده است. در ادامه این ویژگی‌ها عبارت‌اند از:

$$A = 4 \times 5 \times 30 + 2 \times 14.7 \times 0.6 = 96 \text{ cm}^2$$

$$I_x = I_y = 0.6 \times \frac{30^3}{12} + 2 \times 15 \times 1 \times 15^2 + 2 \times 1 \times \frac{15^3}{12} = 9120 \text{ cm}^2$$

$$S_x = S_y = \frac{9120}{16} = 570 \text{ cm}^2$$

$$r_x = r_y = \sqrt{\frac{9120}{96}} = 9.75 \text{ cm}$$

محاسبه $\phi_c P_{nc}$:

ابتدا ضریب لاغری بحرانی محاسبه می‌شود. این ستون در هر دو صفحه جزئی از قاب بدون انتقال جانبی است (زیرا مهاربند در قاب وجود دارد). پس برای هر دو جهت مقدار K برابر یک است. از آنجاکه ضریب K برای کمناش حول محور X و Y باهم برابر است بنابراین محوری که کمتر شعاع ژیراسیون را دارد، محور لاغری بحرانی است. البته در این ستون به علت تقارن r_x با r_y برابر است. پس داریم:

$$\lambda_{\max} = \left(\frac{KL}{r} \right)_{\max} = \frac{1 \times 450 \text{ cm}}{9.75 \text{ cm}} = 46.15$$

یادآور می‌شود که برای محاسبه تنش بحرانی ستون‌ها سه معیار وجود دارد:

۱. کمناش خمشی
۲. کمناش پیچشی
۳. کمناش خمشی پیچشی

در ستون‌های با مقاطع جدار نازک باز (ستون‌های صلیبی) مسئله کمانش خمشی-پیچشی می‌تواند مقدم بر کمانش خمشی باشد. در این مسئله ستون صلیبی است بنابراین محتمل است که کمانش پیچشی-جانبی در محاسبه F_{cr} در اولویت قرار گیرد. ابتدا با فرض کمانش خمشی F_{cr} محاسبه می‌شود. این مقدار در ادامه محاسبه شده است:

$$K_x = K_y = 1 \rightarrow \lambda_{\max} = 46.15 \leq 139$$

$$F_e = \frac{\pi^2 \times 2.1 \times 10^6}{46.15^2} = 9731 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\beta = \frac{F_y}{F_e} = \frac{2400 \frac{kg}{cm^2}}{9731 \frac{kg}{cm^2}} = 0.247$$

$$F_{cr} = 0.658^{0.247} \times 2400 = 2164 \frac{kg}{cm^2}$$

در ادامه لازم است F_{cr} بر اساس کمانش خمشی-پیچشی محاسبه گردد. ابتدا لازم است C_w محاسبه شود. برای اعضای فشاری برای مقاطع I شکل متقارن داریم:

$$C_{WI} = \frac{I_y d_f^2}{4}$$

d_f فاصله مرکز به مرکز دو بال است. بنابراین می‌توان گفت برای ستون صلیبی C_w دو برابر C_w تک پروفیل تشکیل دهنده مقطع است.

$$I_y = \frac{1 \times 15^3}{12} \times 2 = 562.5 cm^3 \text{ تک پروفیل}$$

$$C_w \approx 2C_{WI} = \frac{2 \times (562.5)(30 + 1)^2}{4} = 270281 cm^3$$

بعلاوه ممان اینرسی قطبی نیز برابر است با:

$$j = \sum \frac{1}{3} b t^3 = 2 \left[\frac{1}{3} (15 \times 1^3 \times 2 + 3 \times 0.6^3) \right] = 24.32$$

در نهایت I_x به شکل زیر بست می‌آید:

$$I_x + I_y = 9120 \times 2 = 18240$$

$$G = \frac{E}{2.6}$$

$$F_e = \left[\frac{\pi^2 E C_w}{(K_z L)^2} + GJ \right] \times \left(\frac{1}{I_x + I_y} \right)$$

$$F_e = \left[\frac{\pi^2 \times 2.1 \times 10^6 \times 270281}{(1 \times 450)^2} + 24.32 \times \frac{2.1 \times 10^6}{2.6} \right] \times \frac{1}{18240} = 2593 \frac{kg}{cm^2}$$

توجه

در اکثر مسائل $K_z = 1$ در نظر گرفته می شود در صورت وجود مهاربند که از چهار طرف به ستون متصل باشد و یا اگر شرایط تکیه گاهی پیچشی ستون غیر از حالت دو سر مفصل باشد $K_z \leq 1$ انتخاب می گردد.

در ادامه F_{cr} بر اساس کماتش خمشی-پیچشی محاسبه گردد.

$$\beta = \frac{F_y}{F_e} = \frac{2400}{2593} = 0.93$$

$$\lambda = 46.15 \leq \lambda_c = 139 \rightarrow F_{cr} = 0.658^\beta F_y \rightarrow F_{cr} = 1629$$

با مقایسه F_{cr} به دست آمده از کماتش خمشی و خمشی-پیچشی، حداقل آن ها انتخاب می گردد که در این مسئله مقدار به دست آمده از کماتش خمشی-پیچشی حداقل است. در ادامه ظرفیت باربری نهایی ستون برابر است با:

$$\phi_c P_n = \phi_c A_g F_{cr} = 140 \text{ ton}$$

محاسبه $\phi_b M_{nx}$ و $\phi_b M_{ny}$:

در ابتدا لازم است حدود فشرده گی برای مقطع کنترل شود. این کار به کمک ردیف ۱۱ و ۱۵ جدول ۱۰-۲-۴-۱۰ مبحث ۱۰ صفحه ۳۰ و ۳۱ صورت می گیرد:

$$\frac{b_f}{2t_f} = \frac{15}{2 \times 1} = 7.5 \leq \lambda_{pf} = 0.38 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 11.24 \rightarrow \text{ST37} \quad [1] \quad \text{فشرده گی بال برای}$$

$$\frac{h}{t_w} = \frac{30}{0.6} = 50 \leq \lambda_{pw} = 3.76 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 111.2 \rightarrow \text{ST37} \quad [2] \quad \text{فشرده گی جان برای}$$

اگر اتصال بال به جان سراسری فرض شود، در نتیجه مقطع فشرده است $[1], [2] \rightarrow$

$$L_p = 1.76 r_y \times \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1.76 \times 9.75 \times \sqrt{\frac{2.1 \times 10^6}{2400}} = 508 \text{ cm}$$

نیازی به کنترل حالت حدی کماتش جانبی-پیچشی نیست. $L_b = 450 \text{ cm} \leq L_p = 508 \text{ cm} \rightarrow$

توجه:

در ادامه اساس مقطع پلاستیک مقطع محاسبه می شود. دقت داریم که در مقاطع متقارن $Z_x = Z_y$ است بنابراین:

$$Z_x = Z_y = A \bar{y} = 2 \times \left[\frac{1 \times 15^2}{4} + 15 \times 1 \times 15.5 \right] + \frac{0.6 \times 30^2}{4} = 712.5 \text{ cm}^3$$

$$\phi_b M_{nx} = \phi_b M_{ny} = 0.9 \times 712.52 \text{ cm}^3 \times 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 1539000 \text{ kg.cm} = 15.39 \text{ ton.m}$$

محاسبه ضرایب تشدید B_1 و B_2 :

مطابق ضابطه پ-۲-۲-۱۰ مبحث ۱۰ ویرایش ۹۲ در صفحه ۳۰۱ ضریب C_m برای ستون های فاقد هر نوع بار جانبی بین دو انتها در صفحه خمش برابر است با:

$$C_{mx} = C_{my} = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2} = 0.6 - 0.4 \times \frac{0}{2} = 0.6 \geq 0.4$$

توجه:

در روش تحلیل طول مؤثر $EI = (EI)^*$ و همچنین K_1 همواره یک است، چه قاب حرکت جانبی داشته باشد و چه نداشته باشد.

$$P_{e1x} = \frac{\pi^2 (EI)^*}{(K_{1x} L)^2} = \frac{\pi^2 \times 2.1 \times 10^6 \frac{kg}{cm^2} \times 9120 cm^4}{(1 \times 450 cm)^2} = 933000 kg = 933 ton$$

$$P_{e1x} = P_{e1y} = 933 ton$$

بنابراین ضریب B_1 برابر است با:

$$B_{1x} = \frac{C_{mx}}{1 - \frac{P_u}{P_{e1x}}} = \frac{0.6}{1 - \frac{80}{933}} = 0.66 \not\geq 1 \rightarrow B_{1x} = B_{1y} = 1$$

برای محاسبه B_2 لازم است نیروی فشاری هر طبقه محاسبه شود. این نیرو بر اساس مجموع فشار ناشی از بار مرده و زنده با در نظر گرفتن ترکیب بارگذاری $1.2D+L$ به دست می‌آید. البته در این مسئله بارمحوری مرده و زنده به تفکیک داده نشده است فقط عنوان شده که ۵۰٪ نیروی محوری از نوع ثقلی است. از طرفی فرض می‌شود که هر ۴ ستون مستقر در قاب بارمحوری فشاری ضریب دار یکسانی داشته باشند. بنابراین می‌پذیریم که:

$$P_{story} = 4 \times 0.5 \times 80 = 160$$

عدد ۴ نماینده تعداد ستونها در طبقه مورد نظر است (قاب از ۴ ستون تشکیل شده است). مقاومت کماتش بحرانی الاستیک طبقه در راستای جابجایی جانبی مورد مطالعه و پر پایه تحلیل کماتش جانبی که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P_{e-story} = \left(1 - 0.15 \frac{P_{mf}}{P_{story}} \right) \frac{HL}{\Delta_H}$$

P_{mf} مجموع بارهای قائم ستون‌های قاب خمشی ناشی از ترکیبات بارگذاری نظیر راستای جانبی مورد مطالعه در طبقه مورد نظر.

۴. P_{mf} برای قاب‌های ساختمان ساده توأم با مهاربند یا دیوار برشی برابر صفر است.

۵. P_{mf} برای قاب‌های خمشی و سیستم‌های دوگانه یا ترکیبی در صورتی که کلیه اتصالات گیردار باشند برابر P_{story} است.

۶. P_{mf} برای قاب‌های خمشی سیستم‌های دوگانه یا ترکیبی در صورتی که برخی قاب‌های به صورت ثقلی طراحی شده باشند، برابر مجموع بارهای قائم ستون‌های قاب خمشی است.

مسئله ارائه شده حالت ۲ است پس:

$$P_{e-story} = 0.85 \frac{HL}{\Delta_H} = 0.85 \times \frac{45 \times 450}{2.25} = 7650 ton$$

عدد ۲ تعداد ستون‌ها است. در نهایت داریم:

$$B_{2x} = \frac{1}{1 - \frac{P_{story}}{P_{e-story-x}}} = \frac{1}{1 - \frac{160}{7650}} = 1.021 \geq 1 \rightarrow B_{2x} = B_{2y} = 1.021$$

در ادامه نیروی محوری فشاری و لنگر خمشی تشدید یافته به شرح زیر برآورد می‌گردد:

$$M_{ux} = B_1 M_{ntx} + B_2 M_{ltx} = 1.0 \times 0.5 \times 2 + 1.021 \times 0.5 \times 2 = 2.021 t.m = M_{uy}$$

$$P_{ux} = P_{nt} + B_{2x} P_{Lt} = 0.5 \times 80 + 1.021 \times 0.5 \times 80 = 80.84 ton$$

رابطه کنترل تیرستون:

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} = \frac{80.84}{141} = 0.57 \geq 0.2$$

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) = \frac{80.84}{140} + \frac{8}{9} \left(\frac{2.21}{15.39} + \frac{2.21}{15.39} \right) = 0.83 \leq 1.0$$

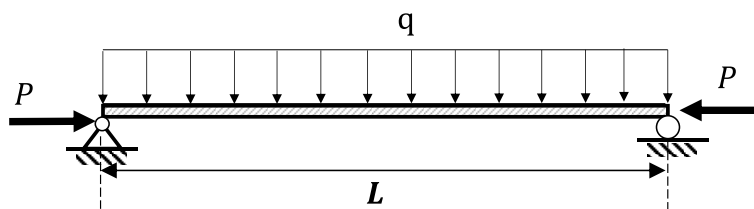
مقطع ستون جوابگوست

توجه مهم

اگر در مسئله گفته شده بود که سازه فاقد تغییر مکان جانبی است (ستون بدون حرکت جانبی است) آنگاه نیازی به محاسبه ضریب B2 نبوده و صرفاً لنگر خمشی ضریب دار با رابطه زیر تشدید می‌شود:

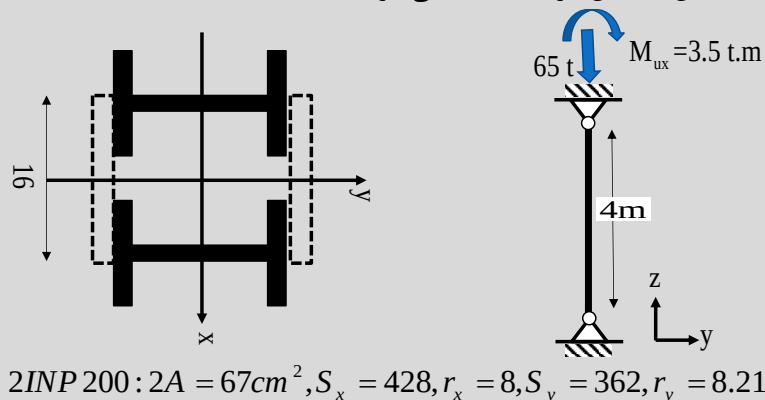
$$M_{ur} = B_1 M_u$$

این موضوع در ویرایش ۹۲ مبحث ۱۰ به طور مستقیم اشاره نشده است. ضمناً دقت شد و که در این حالت نیازی به تشدید نیروی محوری نیست. برای آشنا شدن با نمونه‌ای از تیرستون‌ها بدون حرکت جانبی به شکل زیر دقت نمایید:



مثال ۳

در شکل زیر مستقر در قاب مهاربندی شده در هر دو راستا است. با فرض اینکه مقطع ستون از دوپل پروفیل INP 200 به فاصله مرکز تا مرکز ۱۶ سانتی‌متر باشد و موقعیت قرارگیری آن به شکلی است که خمش بزرگ‌تر حول محور X اتفاق می‌افتد، کفایت ستون را کنترل نمایید. فاصله آکس به آکس هر قید ۵۰ سانتی‌متر است.



حل:

در ستون‌های با مقاطع جدار نازک باز (ستون‌های مرکب با جان باز) مسئله کمانش خمشی-پیچشی می‌تواند مقدم بر کمانش خمشی باشد. در این مسئله ستون دارای بست موازی است بنابراین محتمل است که کمانش پیچشی-جانبی در محاسبه F_{cr} در اولویت قرار گیرد. ابتدا ممان اینرسی حول دو محور محاسبه می‌شود. توجه کنید که اثر قیدها در برآورد ممان اینرسی وارد نشده‌اند.

$$I_{xt} = 2I_x = 2 \times 2140 = 4280 \text{ cm}^4$$

$$I_{yt} = 2 \left\{ I_y + A \left(\frac{c}{2} \right)^2 \right\} = 2 \left\{ 117 + 33.4 \times \left(\frac{16}{2} \right)^2 \right\} = 4509 \text{ cm}^4$$

توجه شود که r_x دو برابر r_x تک برابر است.

$$r_x = r_{xt} = 8 \text{ cm}$$

$$r_{yt} = \sqrt{\frac{4509}{2 \times 33.4}} = 8.21 \text{ cm}$$

ستون برای کمانش درون و خارج از صفحه جزئی از یک قاب مهاربندی شده (بدون حرکت جانبی) است، بنابراین حول دو محور K برابر یک در نظر گرفته می‌شود. فقط دقت شود که برای کمانش حول محور y قید وجود که در نتیجه می‌بایست لاغری ستون حول این محور توسط ضریب α اصلاح گردد.

$$\lambda_x = \frac{1 \times 400 \text{ cm}}{8 \text{ cm}} = 50$$

$$\lambda_y = \frac{1 \times 400 \text{ cm}}{8.21 \text{ cm}} = 48.72$$

$$\frac{L_1}{r} = \frac{50 \text{ cm}}{1.87 \text{ cm}} = 26.7$$

$$\alpha_y = \sqrt{1 + \left(\frac{26.7}{48.7} \right)^2} = 1.14$$

$$\lambda_{ye} = \alpha_y \lambda_y = 1.14 \times 48.7 = 55.53$$

در ادامه با فرض کمانش خمشی F_{cr} محاسبه می‌شود. برای $\lambda = 55.53$ داریم:

$$F_e = \frac{\pi^2 \times 2.1 \times 10^6}{55.53^2} = 6721 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\beta = \frac{F_y}{F_e} = \frac{2400}{6721} = 0.357$$

$$F_{cr} = 0.658^{0.357} \times 2400 = 2066 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\lambda_{\max} = 72 \rightarrow F_{cr} = 1866 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

همچنین F_{cr} بر اساس کمانش خمشی-پیچشی نیز محاسبه گردد. بدین منظور C_w بر اساس رابطه ارائه شده در صفحه ۲۲۴ کتاب ازهری محاسبه شده است.

$$C_w = 2 \times \frac{1.13 \times 9^3}{12} \times \frac{(20 - 1.13)^2}{2} + \frac{(20 - 2 \times 1.13)^3 \times 0.75}{12} \times \frac{16^2}{2} = 69107 \text{ cm}^6$$

$$J = 2J_{INP 200} = 2 \times 11.2 = 22.4 \text{ cm}^4$$

مقطع دارای دو محور تقارن است بنابراین براساس روابط ارائه شده در فصل ۳ داریم:

$$F_e = \left[\frac{\pi^2 E C_w}{(K_z L)^2} + GJ \right] \left(\frac{1}{I_x + I_y} \right)$$

$$F_e = \left[\frac{\pi^2 \times 2.1 \times 10^6 \times 69107}{(1 \times 400)^2} + \frac{2.1 \times 10^6}{2.6} \times 22.4 \right] \left(\frac{1}{4280 + 4509} \right) = 3077 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\lambda = 55.53 < 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 139 \rightarrow F_{cr} = \left[0.658^{\frac{2400}{3077}} \right] \times 2400 = 1731 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

با مقایسه F_{cr} به دست آمده از کماتش خمشی و خمشی-پیچشی، حداقل آن‌ها انتخاب می‌گردد که در این مسئله مقدار به دست آمده از کماتش خمشی-پیچشی حداقل است. در ادامه ظرفیت باربری نهایی ستون برابر است با:

$$\rightarrow \phi_c P_n = 0.9 \times 1731 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \times (2 \times 33.4) \text{ cm}^2 \times 10^{-3} = 104.1 \text{ ton}$$

محاسبه $\phi_b M_n$ حول محورها x

در مبحث ۱۰ مقررات ملی برای پروفیل‌های دابل I با فاصله از هم رابطه برای محاسبه M_n ارائه نشده است. مشکل اصلی در محاسبه L_p و L_r است. با اندکی اغماض می‌پذیریم که برای ستون‌های دابل I از نوع مرکب مشبک M_n صرفاً بر اساس حد خمیری به دست می‌آید. این موضوع از طریق محدود کردن نسبت تنش به عدد 0.9 بجای 1 قابل جبران است. پس در پروفیل‌های دابل با استفاده از رابطه تسلیم داریم:

$$\phi_b M_n = \phi_b (ZF_y)$$

$$2INP 200 - C 16 : Z_x = 500 \text{ cm}^3$$

$$\phi_b M_{nx} = 0.9 \times 500 \text{ cm}^3 \times 2400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 1080000 \text{ kg.cm} = 10.8 \text{ ton.m}$$

محاسبه ضرایب B_1, B_2 :

توجه:

با توجه به نکته ارائه شده در انتهای مثال ۲، در این مسئله $B_2 = 1$ است زیرا ستون فاقد حرکت جانبی است.

$$\frac{M_1}{M_2} = 0 \rightarrow C_{mx} = 0.6$$

$$P_{e1x} = \frac{\pi^2 \times 2.1 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \times 4280 \text{ cm}^4}{(1 \times 400 \text{ cm})^2} = 554400 \text{ kg} = 554.4 \text{ ton}$$

$$B_{1x} = \frac{0.6}{1 - \frac{65}{554.4}} = 0.68 \leq 1 \rightarrow B_{1x} = 1$$

رابطه کنترلی عبارت است از:

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} = \frac{65}{104.1} = 0.624 \geq 0.2$$

$$\frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1$$

$$\frac{65}{104.1} + \frac{8}{9} \left(\frac{3.5}{10.8} + 0 \right) = 0.912$$

پایان