

تئوری سازه‌ی I (دکتر دولشاهی)

Subject
Date

پهن 42

معین و نامعین :

حرف : توضیح مفهیم به همراه چند مثال

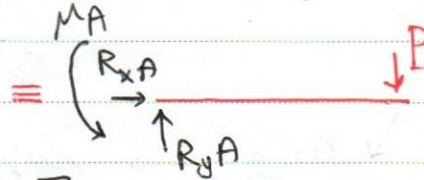
برابر با تعداد معادلات تعادل استاتیکی

معمولاً برابر تعداد

Reaction (r)

↑

تعداد مجهولات - تعداد مجهولات = n

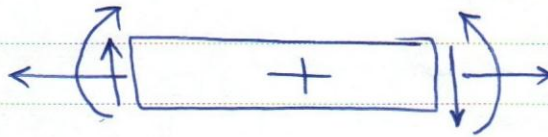


معین
↑
 $n = 3 - 3 = 0$

(مثال 1) $\sum F_x = 0$ $\sum F_y = 0$ $\sum M = 0$

معین : معمولاً صرفاً با استفاده از معادلات استاتیکی بدست می‌آید.

قرار دارد همان با نیروی داخلی +



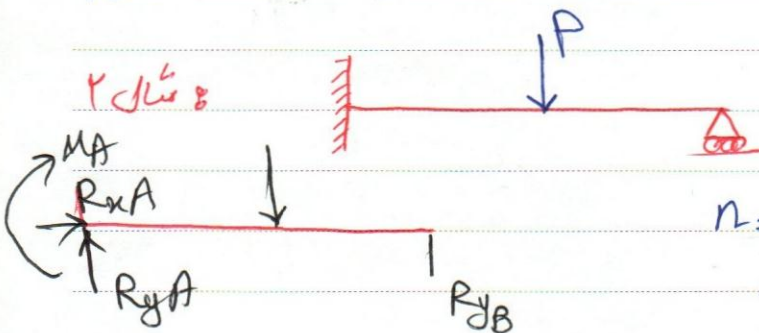
member
↑
 $M = 1$

$r = 3$ $m = 3$
تعداد معادلات

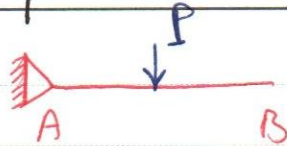
$n = r - m$

$= 3 - 3 = 0$ → 1 درجه نامعین

مثال 2

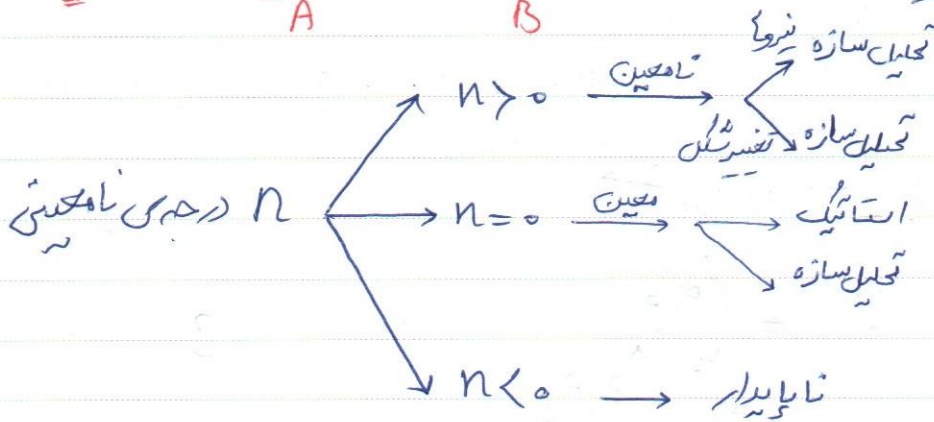


مثال ۳ =

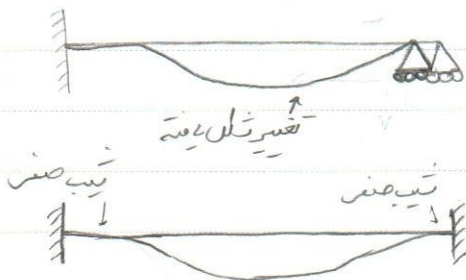


$$n = -1$$

چون $n < 0$ نامایدار

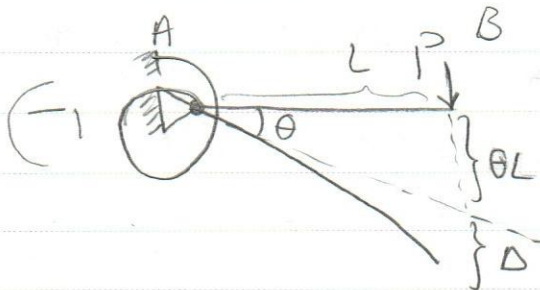
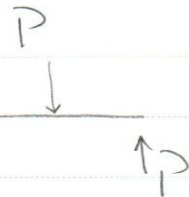


تغییر شکل بر



$$n = 0$$

م



$$n = 0$$

در L

در فضای 2D

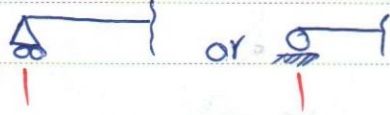
تکانه

غاطی

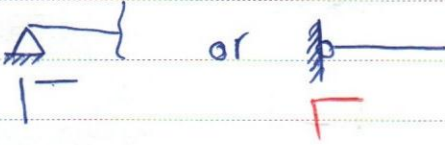
تکانه

تکانه و الت

$$r=1$$

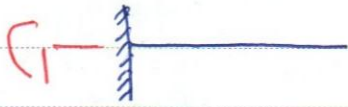


مقطعی



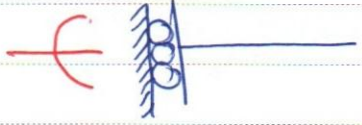
$$r=2$$

گیردار



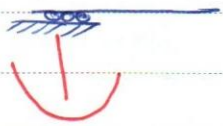
$$r=3$$

لغزنده گيردار



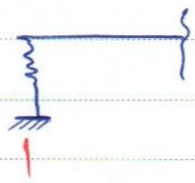
$$r=2$$

گیردار غاطی محوری



$$r=2$$

فنر انتقالی



$$r=1$$

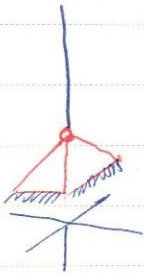
$$P = k_s \Delta$$

فنر لچکی

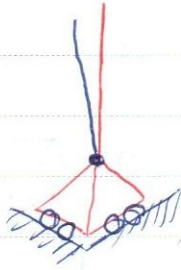


$$r=1$$

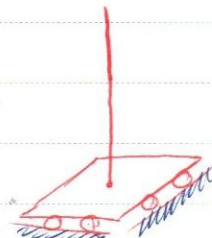
$$M = k_\theta \theta$$



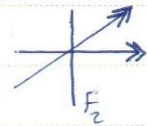
$$r=3$$



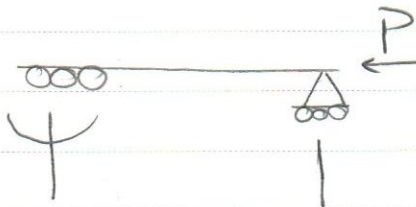
$$r=1$$



$$r=3$$



Torsion را حتماً فرض می‌کنیم

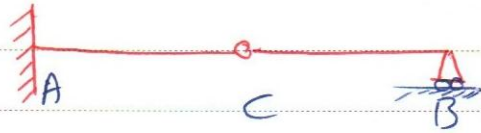


$$n = r - m = 3 - 3 = 0$$

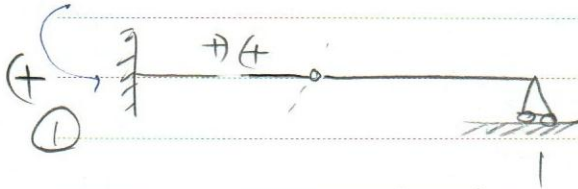
معین نیست



زمانیکه در سازه ای فشرده‌اشیم برای بررسی نیروهای داخلی نگاه می‌کنیم فشرده به بستن است مثل می‌چسبیم



$$n = r - \sum m = 4 - 3 = 1$$

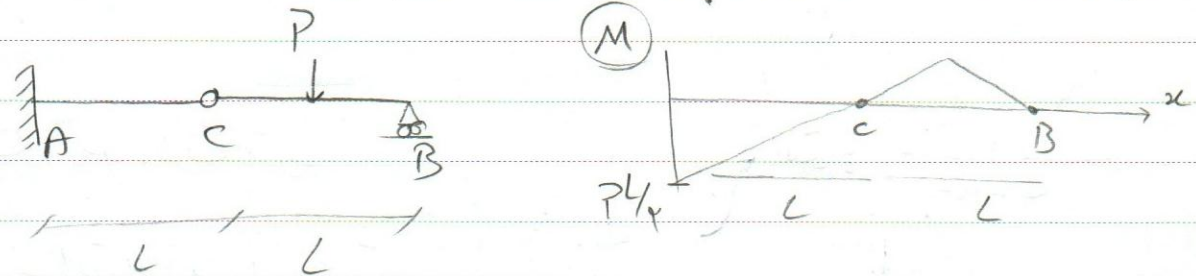


منفصل نیست



$$n = (3 + 2 + 1) - 3 \times 2 = 0$$

برش اهداف دار باشد می تواند برای ما منفصل داشته باشد.



$$\sum M_C = -\frac{PL}{2} + R_B L = 0 \rightarrow R_B = \frac{P}{2}$$

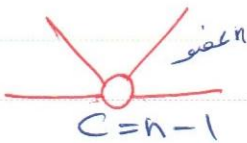
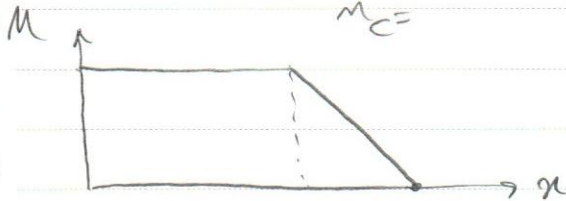
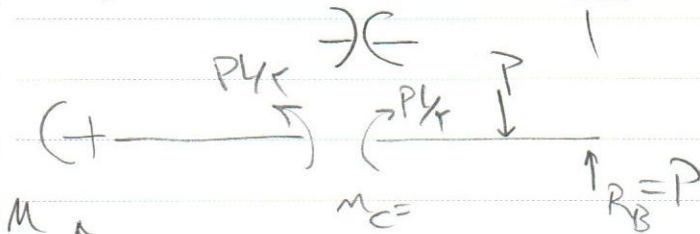
$$R_C = +\frac{P}{2}$$

$$\sum M_A = \frac{P}{2} \cdot L = \frac{PL}{2} \checkmark$$

درجه‌ی نامعین که تعداد معادلات شرط است



$$n = 4 - (3 + 1)$$



$$C = n - 1$$

نقطه

C معادلات شرط

$$C = 1$$



۱- اتصال مفصل خمشی

$$C = 1$$



۲- مفصل برشی

$$C = 1$$



۳- اتصال مفصل محوری

$$\begin{cases} \sum M = 0 \\ \sum F_x = 0 \end{cases}$$

$$C = 2$$



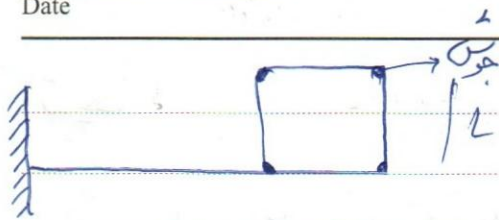
۴- اتصال غلطک داخلی

در یک مفصل زنجیره‌ای



۵- اتصال نه‌صلب

$$C = n - 1 = 1$$



داخلی X
خارجی ✓

معنی و نام معنی

هر حلقه در داخل یک سازه ۳ مجهول به مؤلفه‌ی ما اضافه می‌کند و اگر یک شکستگی برچسب

در حلقه ایجاد شود آن ۳ مؤلفه حذف می‌گردد.

$$n = 3K + r - (c + 3)$$

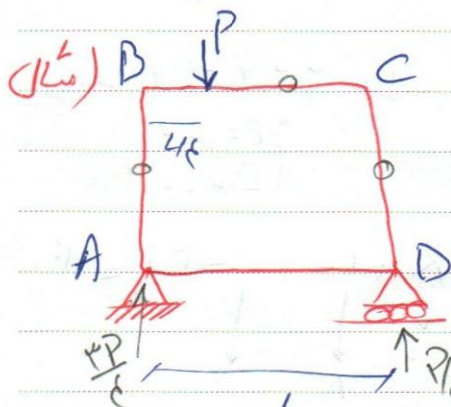
تعداد معادلات شرط

مؤلفه‌ی بسته کاهش تعداد حلقه‌ی بسته

درجه‌ی معنی و نام معنی

در سازه

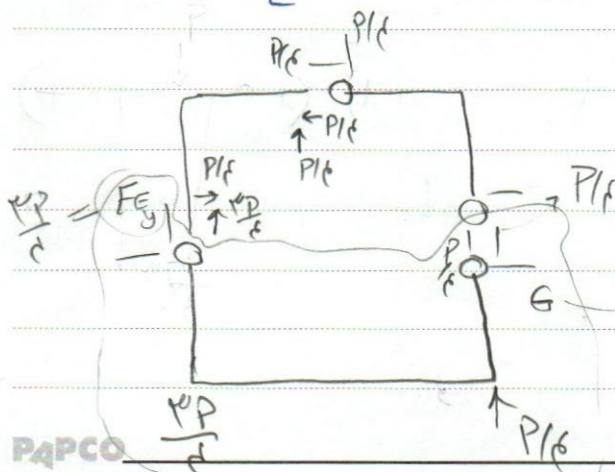
$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M = 0 \end{cases}$$



داخلی ۳
خارجی ۰

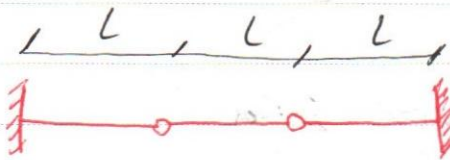
$$n = 3K + r - (c + 3) = 3$$

۱ ۳ ۰



برای حل داخلی باید ۳ درجه آزاد کنیم.

مکان حل G کنیم



$$n = 1K + 1 - (C + 1) = 1$$

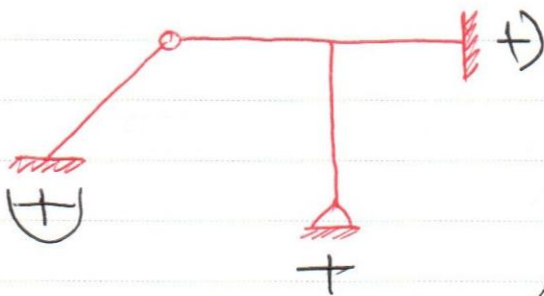

$$\bar{C} = 10$$

$$p_m = 1 \rightarrow 1 - 1 = 0 \leftarrow \text{isolated}$$

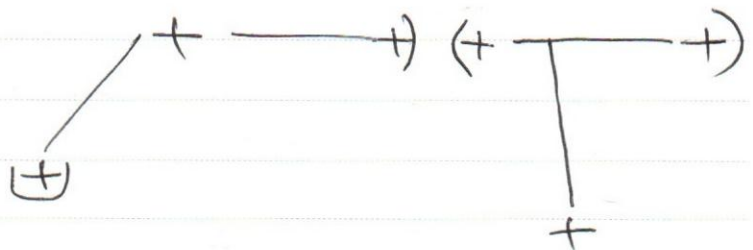
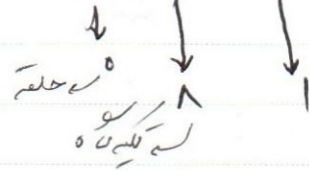
در تریح اندونه فرض می کنیم که نیروی انقباضی صفزند . با در نظر گرفتن این فرض مجهولات آن

و معادلات $3 \times 2 = 6$ خواهد بود پس سوال از نظر امتیازات یکم است.

عضو $\left\{ \begin{array}{l} \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma M = 0 \end{array} \right.$

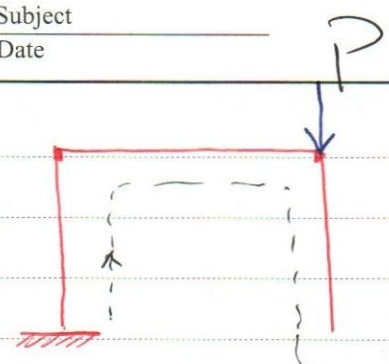


$$n = rK + r - (C + r) = r$$



۱۴ = مجهولات

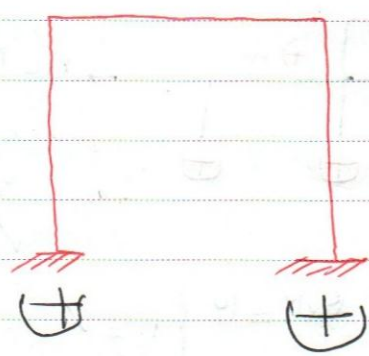
$$\psi_m = 9 \rightarrow n = 9$$



قاب ها :

جهت ناله کردن از داخل

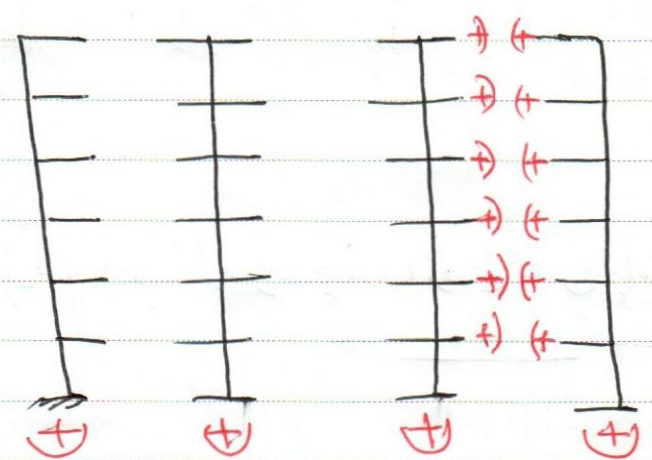
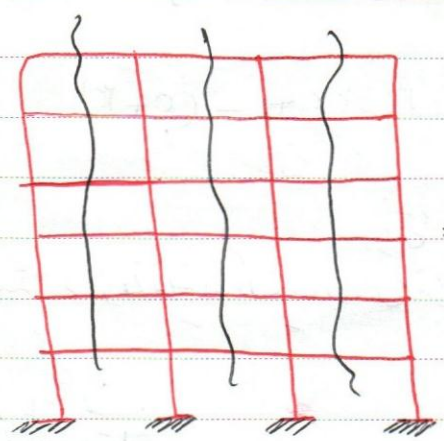
قاب



$n = 3$
مفاصل = 3

$$n = 3K + r - (c + 3) = 3 \checkmark$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 3 4 0



مصولات = $12 + 52$

مفاصل = $3 \times 4 = 12$

$$n = 4 \times 3 \times 3 = 36$$

مؤلفی
رشته
تعداد برش

درجه نامعین

$$n = 3K + r - (c + 3) = 36$$

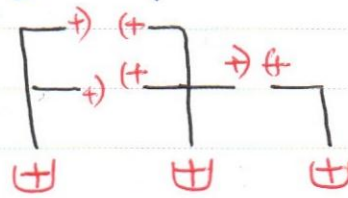
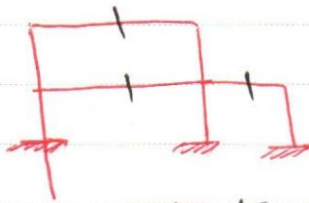
$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 15 11 0

درجه نامعین خارجی $\rightarrow 9$

درجه داخلی $\rightarrow 15 \times 3 = 45$ $\rightarrow 54 \checkmark$

نکته: زفایله سازه تحت بار جانبی قرار گیرد و وسط تیر یک دایره همان صفر است.

(مثال)

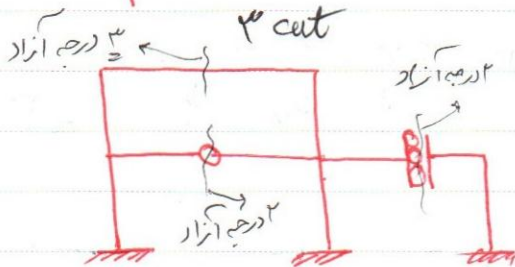


$$\rightarrow n = 3 \times 3 = 9$$

$$\text{مجهولات} = 6 \times 3 = 18$$

$$\text{معادلات} = 3m = 9$$

$$\checkmark 54$$



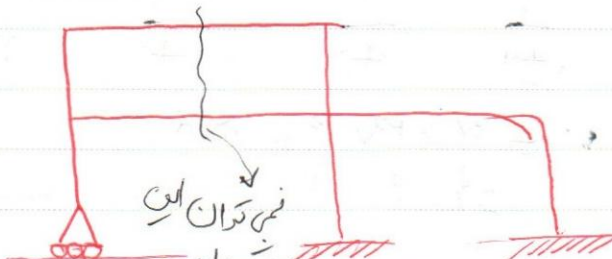
$$\left. \begin{array}{l} \text{مجهولات} = 4 \times 3 = 12 \\ \text{معادلات} = 3m = 9 \end{array} \right\} n = 7$$

$$n = 3K + 2 - (C + 3)$$

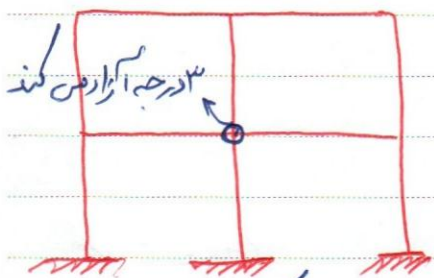
2 انزایش یافته

نکته 2: زفایله در یک سازه می باشد پس برینم باید سازه را به چند سازه می معین باید کرد.

تبدیل کنیم



زیرا سمت چپ تا باید باشد.

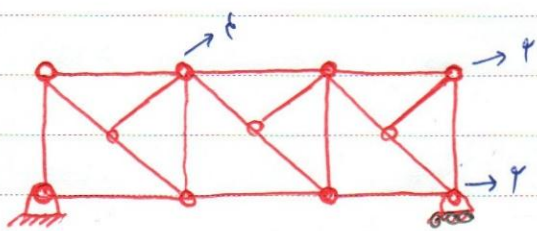


خارجی = 6

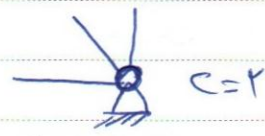
داخلی = 6

درجه بی نامعین = 12

هر cut درجه آزادی کند ولی مثلاً $\frac{1}{2}$ درجه آزادی کند



خارجی

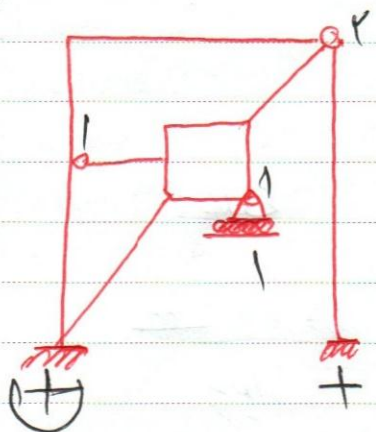


$$N = 3K + r - (C + 3) = 3 \times 9 + 3 - (12 + 3) = 0$$

$$N = m + r - 2j = 11 + 3 - 2(11) = 0$$

مغض

فرمول صرفاً برای خرابی

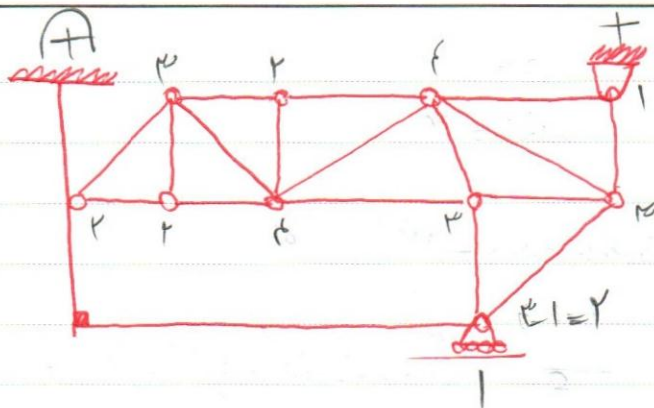


$$N = 3K + r - (C + 3) = 8$$

3 4 4

خارجی = 4 - 4 = 0

درجه آزادی شده
تعداد درجه آزادی



$$n = 3K + R - (C + 3) = 0$$

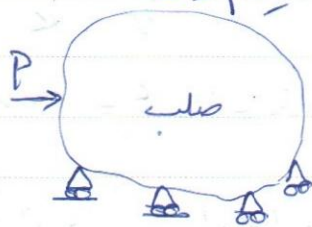
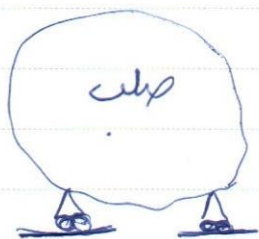
$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 9 4 24

$$= 27 + 4 - (24) = 7 \checkmark$$

بنداری و ناپایداری ← داخلی

خارجی ← حداقل 3 قید مشروط داشته باشد.

غیر موازی
غیر هم رأس



① 3 قید ندارد

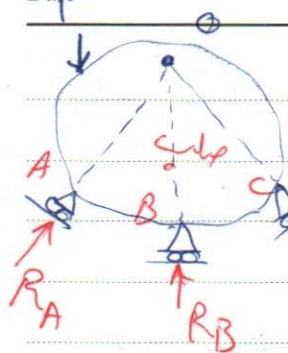
② $n = -1$ ناپایداری استاتیکی

ناپایداری
(موازی)

بندار

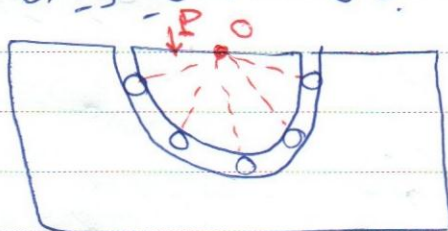
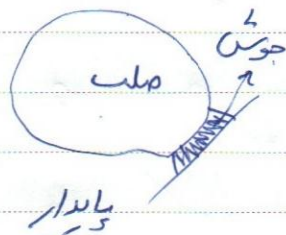
$$\sum M_o = 0$$

نیایدار



در حال حاضر M حول O صفر نیست به هم خاطر نیایدار است.

ساده ترین نوع کلیه ده جوش است که شرایط یایداری را برقرار می کند.



نیایدار

یایداری داخلی

روش های بررسی یایداری و نیایداری

۱- روش بررسی ۲ یافتن اجسام صلب و نحوه ی اتصال آنها به هم

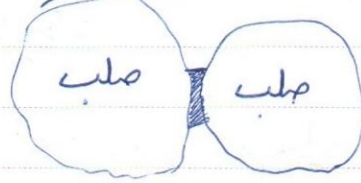
۲- روش احمال بار

۳- روش بار صفر

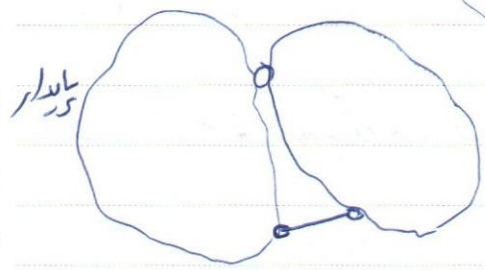
۴- روش درجه بندی ضرایب

۵- روش هنرک

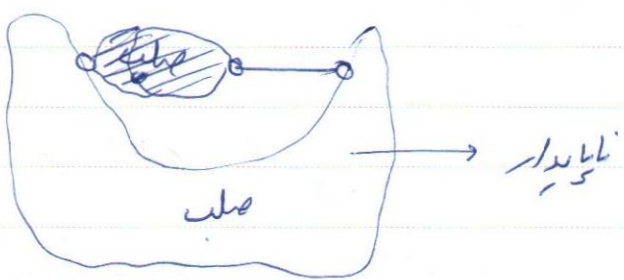
۱-۱- اتصال دو جسم صلب ← حداقل ۳ قید مشروط



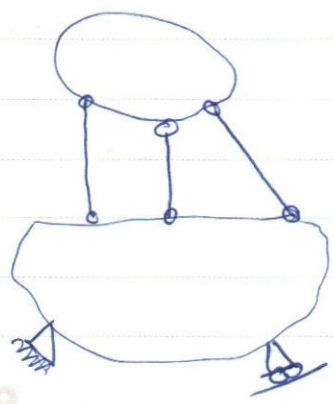
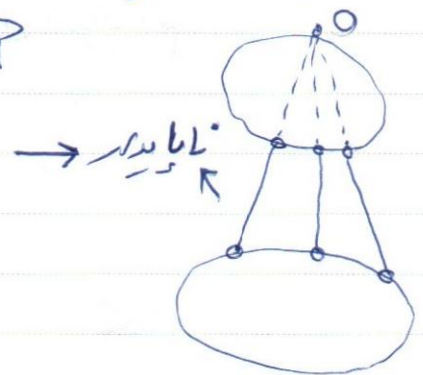
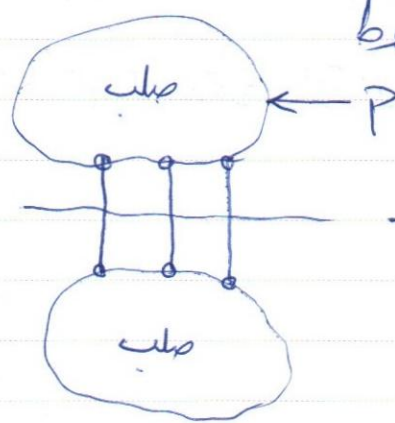
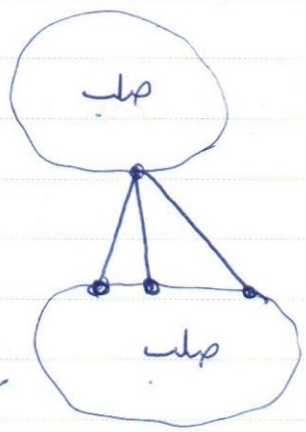
(i) اتصال جوشی

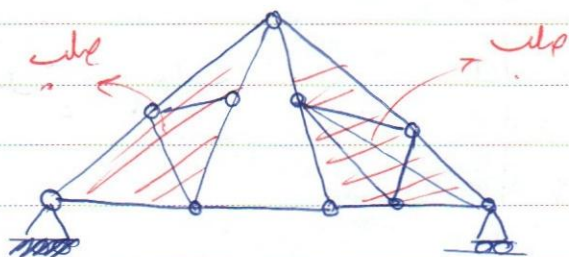


(ii) به کمک یک مفصل و یک میله مشروط



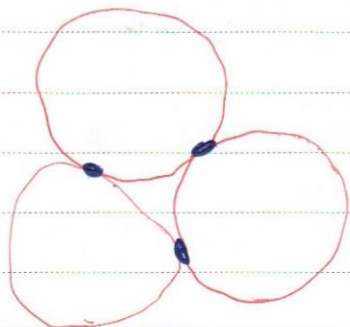
(iii) به کمک سه میله مشروط



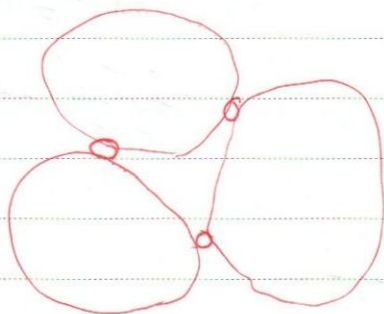


۱۲ - اتصال ۳ جسم حلب

(i) اتصال جوشی

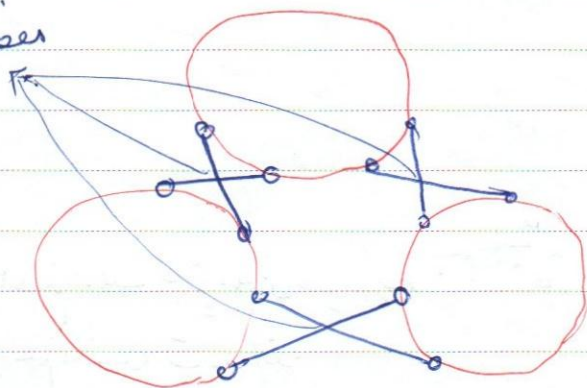


(ii) استفاده از سه مفصل مشروط

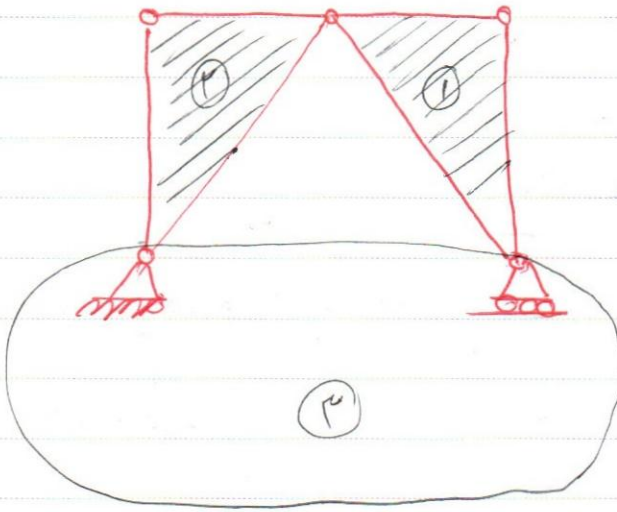


(iii) استفاده از ۴ مفصل مشروط

مفصل جوشی

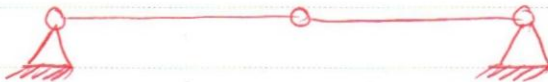


(مثال)



اتصال ۳ = جم صلب

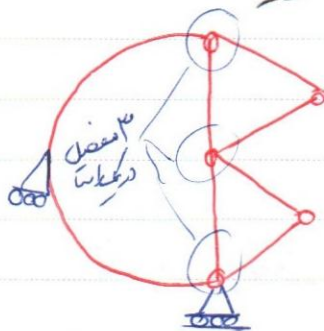
بایدار



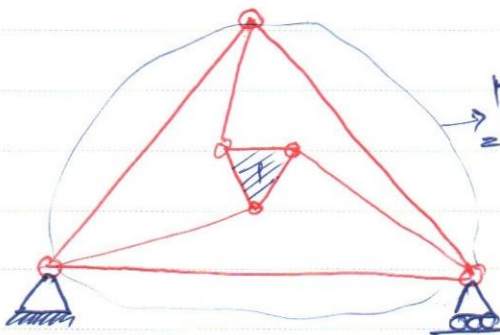
اتصال ۳ = جم با pin

که در امتداد یکدیگر نگیرند.

بایدار



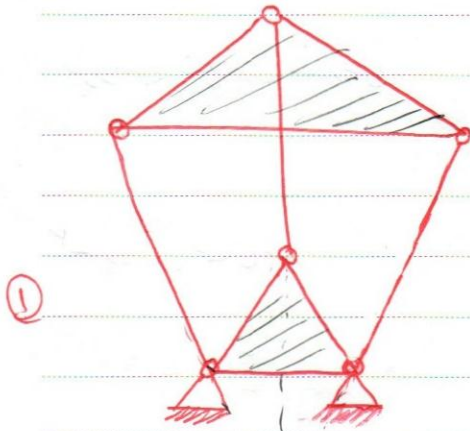
بایدار



جم صلب ۲ =

۲ جم صلب با ۳ میانی غیر هم‌رین
۳ هم متصل شده اند

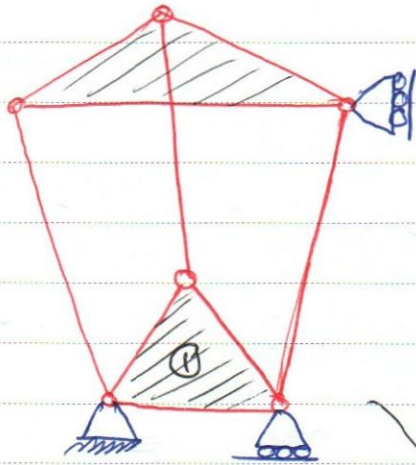
اختیار ۲: پیدا کردن خرابی سازه و نحوه اتصال آنها به یکدیگر



①

در حالت اول اتصال دو جسم صلب به یکدیگر

۳ میله هم در آن می باشد پس باید ۳ را در نظر بگیریم.



②

در این حالت جسم ① هم از نظر داخلی و هم از

نظر خارجی باید در نظر گرفته شود پس علاوه بر ۳

حساب می آید.

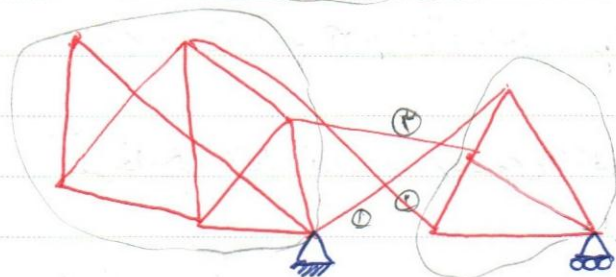
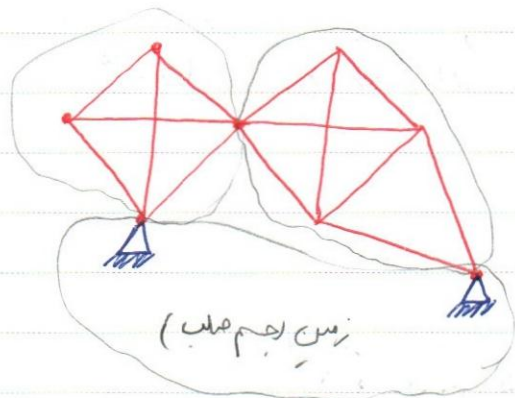
۱- روش بررسی ← بررسی ناییداری داخلی با توجه به نحوه اتصال اجسام صلب +

بررسی ناییداری خارجی

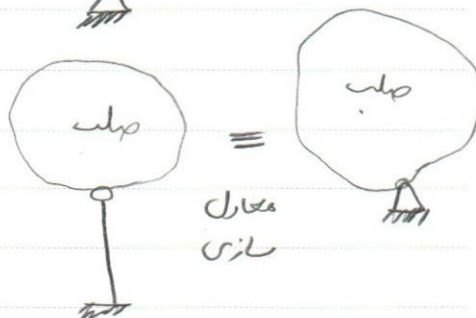
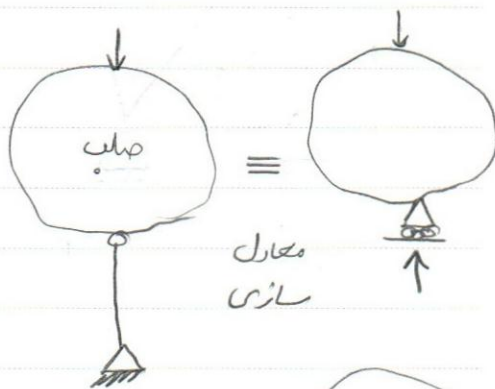
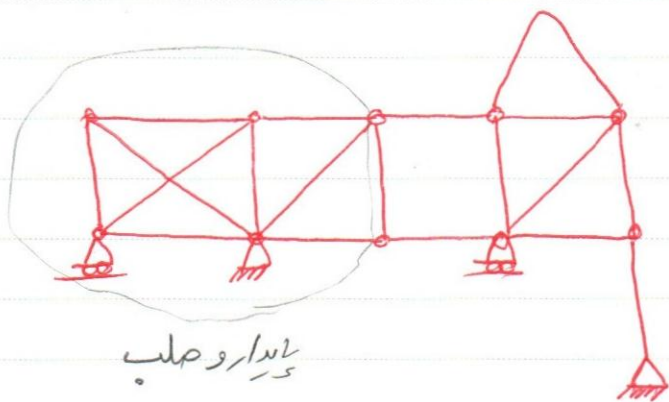
حدود ۳ قید کلیه ناییداری شرایط

۲- روش اجمال بار

۳ جسم با ۳ مفصل به هم وصل ناییدار شده اند →

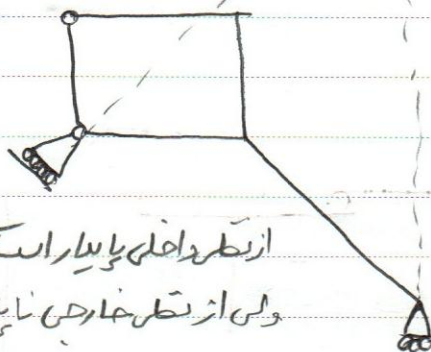
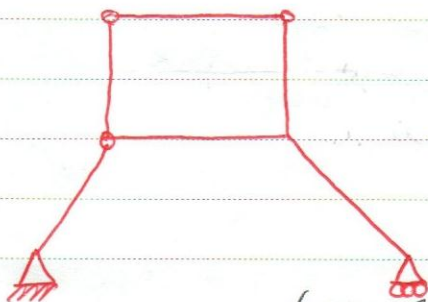


۲ جسم صلب با ۳ مفصل به هم وصل شده اند



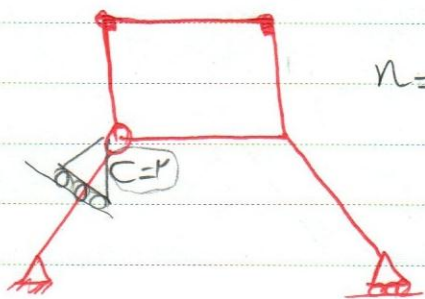
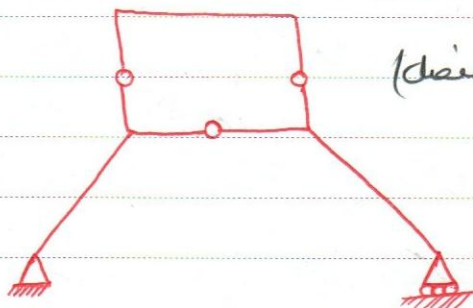


$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = \frac{1}{2} m \frac{d}{dt} (v^2)$

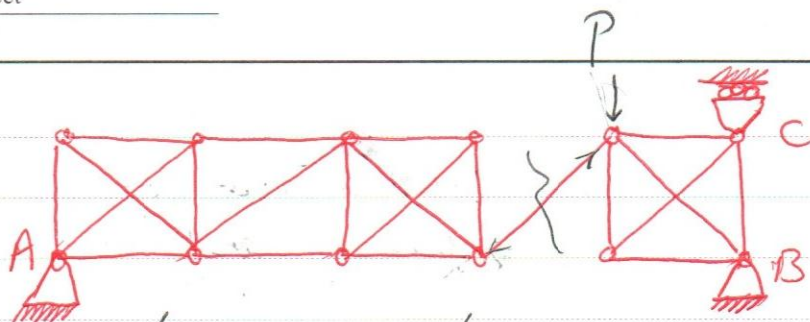


از نظر اخلاقی بسیار است

ولی از نظر خارجی نباید است. (۲۰ مهر ۱۳۵۷ درود)


$$n-1$$
$$\frac{462}{5}$$


($\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_3$) / 1, 2, 3

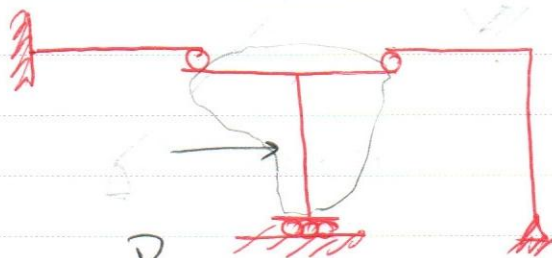


نمایید

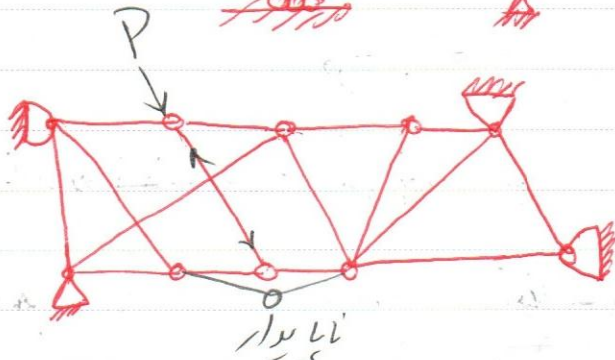
برای بررسی تعادل بار P را در نقطه مد نظر وارد می کنیم و شکل را ۲ قسمت می کنیم در عضوهای

نیروی کششی یا فشاری وارد می شود و تعادل تحت چه شکل با همان گرمی حول نقطه A

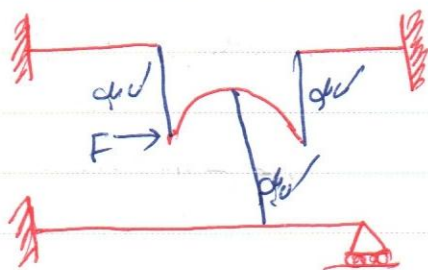
به هم می خورد



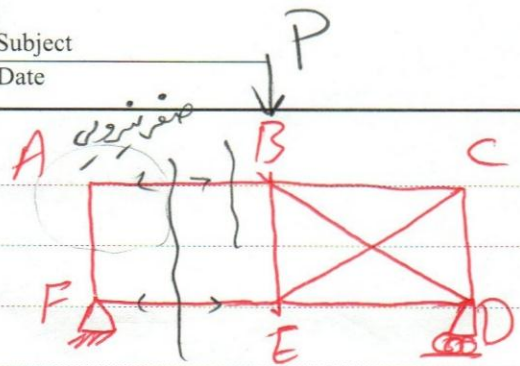
نمایید



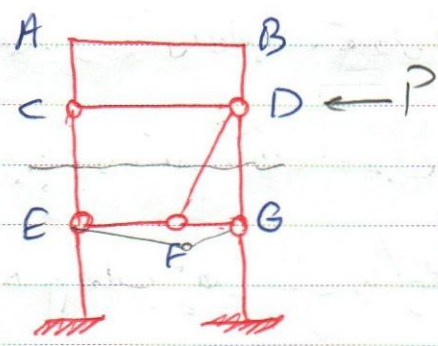
نمایید



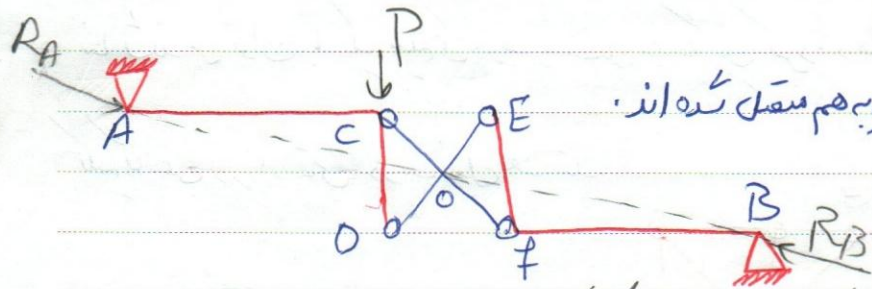
نمایید



حول نقطه F در شکست حد
ممان بگیریم به تناقض میرسیم



P در نقطه D به سمت چپ عضو CD
عضو نیروی است که نیرو به FD وارد می‌گردد
پس در F تعادل برقرار نمی‌گردد



شکست قاب است نباید به هم متصل شده اند

بار P را در نقطه C وارد می‌کنیم مؤلفه‌های عمودی و افقی در نقاط A و B همسان نیست

می‌آید (مقدار از وار کردن P به دلیل یاد تقارن بودن شکست در نقطه O مؤلفه‌های عمودی

در A و B باید از O بگذرند) حال اگر بار P را وارد کنیم و حول A ممان بگیریم (برای شکست)

آنگاه ممان در A صفر نمی‌شود



Date _____

Date _____



Date _____

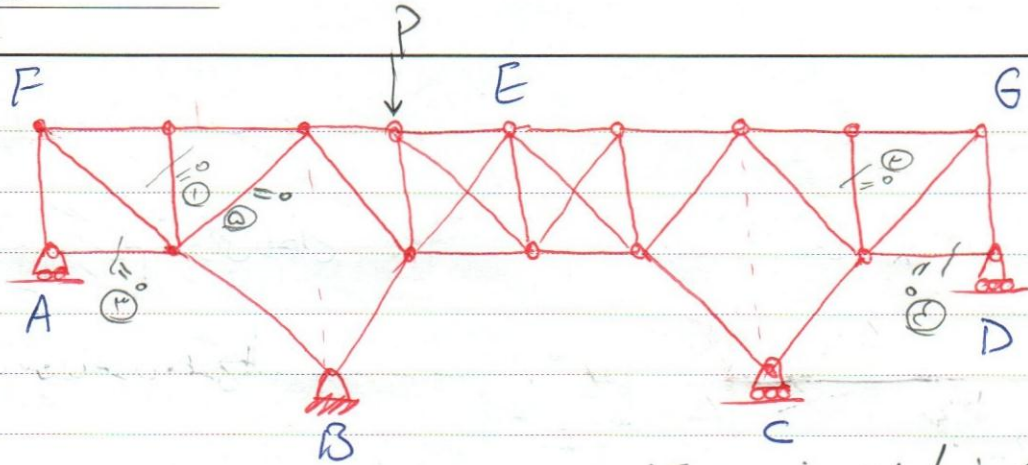
Date _____

Date _____

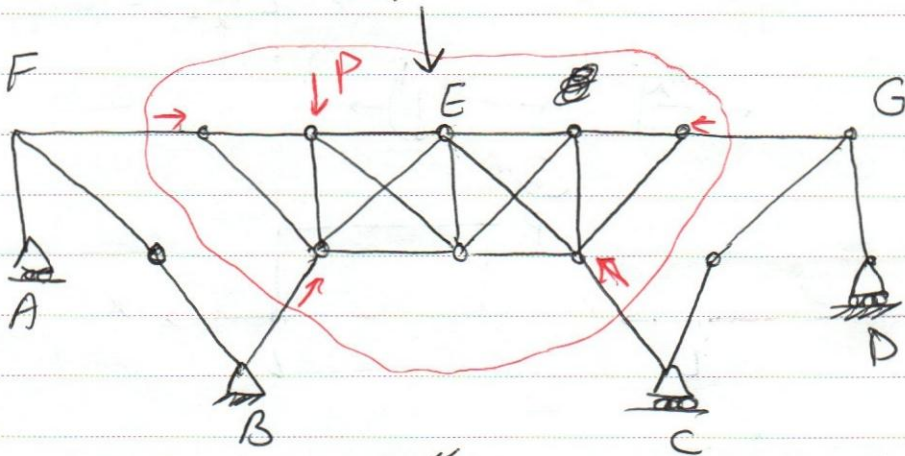


Date _____

Date _____



اگرچه این ساختار از نظر نیرویی مستحکم است
اما از نظر سازه سازی



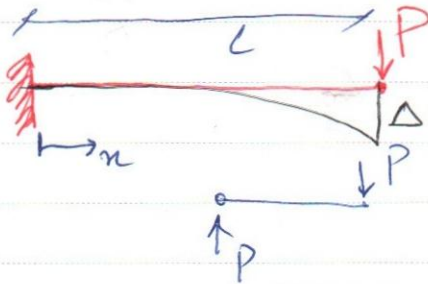
تمام مؤلفه های نیرویی برای مقطع بالا از E می گذرند و P حول E همان ایجاد می کند پس حول E همان مخالف همراست و متعادل نداریم.

استاتیك تیر و قاپ :

ترسیم دیاگرام نیروهای داخلی

سازه پایداری از نظر استاتیك معین $n=0$

برش، نیروی محوری، خمشی

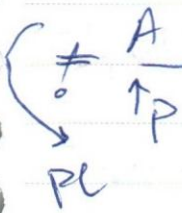
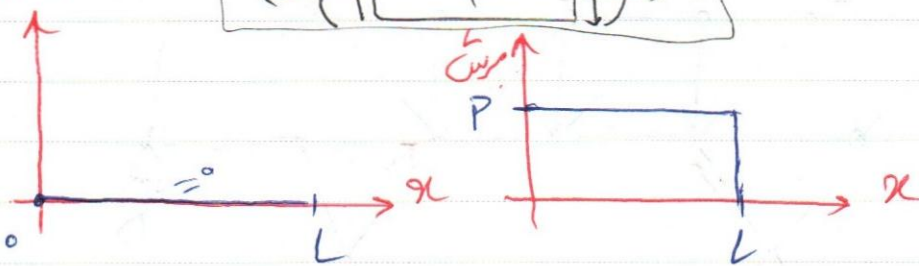
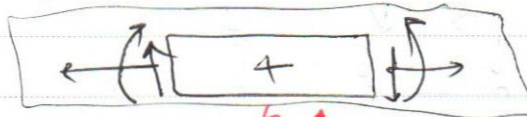


$$\Delta = \frac{PL^3}{3EI}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_x = 0$$

نیروی محوری



$$\sum M_A = 0$$

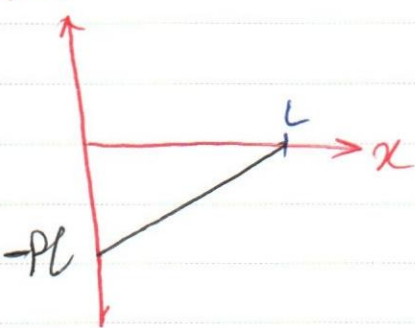
$$\sum M_A = 0$$

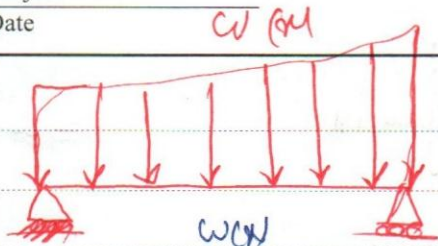
$$\sum M_A = 0$$

$$-PL - M(x) + P(x) = 0$$

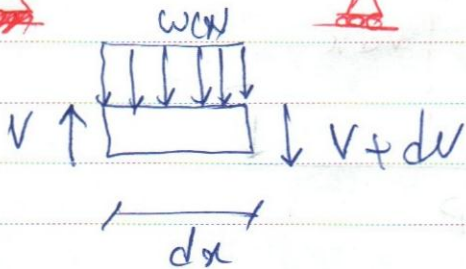
$$\Rightarrow M(x) = -PL + Px$$

M(x)





بدان نظر داریم w به سمت پایین + ثابت نبودار می‌باشد



$$V + dV + w(x)dx = V(x)$$

$$\frac{dV}{dx} = -w(x)$$

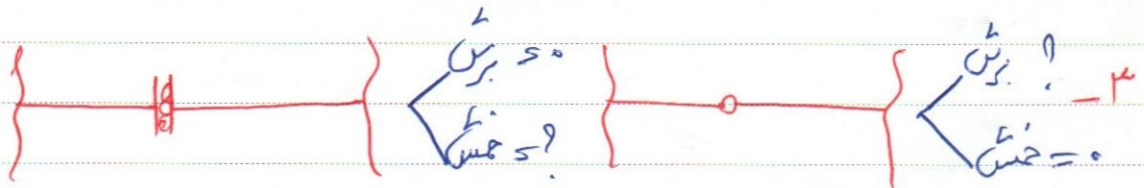
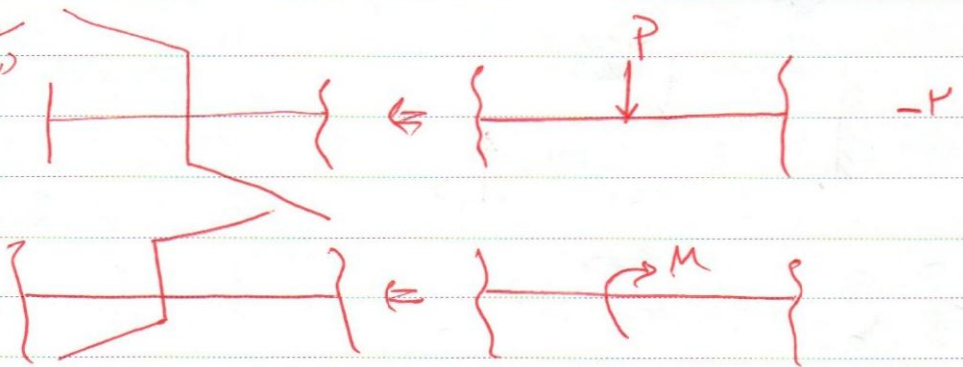
$$\frac{dV}{dx} = -w(x)$$

$$\frac{dM}{dx} = V(x) \Rightarrow \frac{d^2M}{dx^2} = -w(x)$$

$$\frac{dM}{dx} = \overset{\text{ثابت}}{C} \rightarrow \text{خطی}$$

$$w(x) = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dx} = 0 \quad \text{برش ثابت}$$

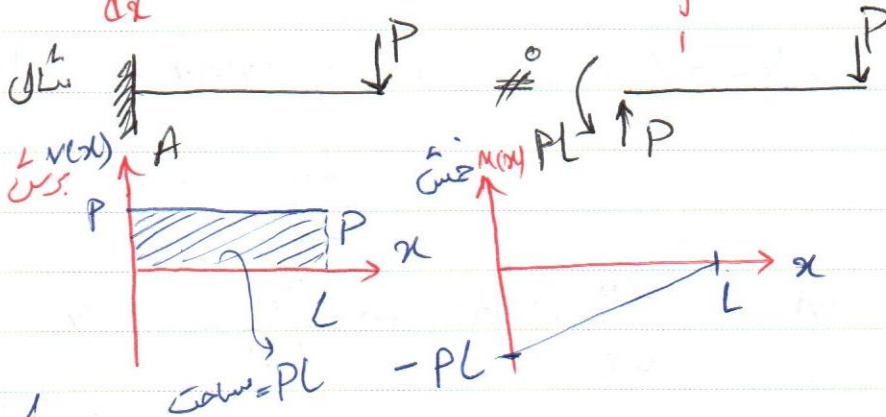
تیر یکبارم برش



۲- در محل اعمال بار متمرکز ← دایگرام خمش دارای شکستگی است.

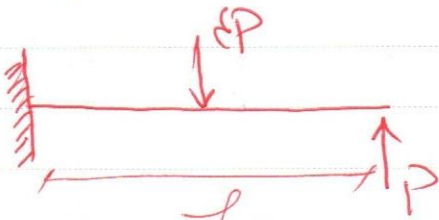
$$\frac{dv}{dx} = -w(x) \rightarrow v_r - v_l = -\int w dx$$

$$\frac{dM}{dx} = T(x) \rightarrow M_r = M_l + \int T dx$$

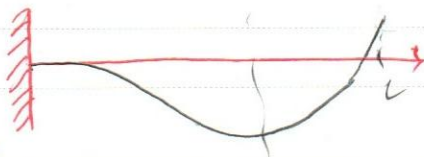
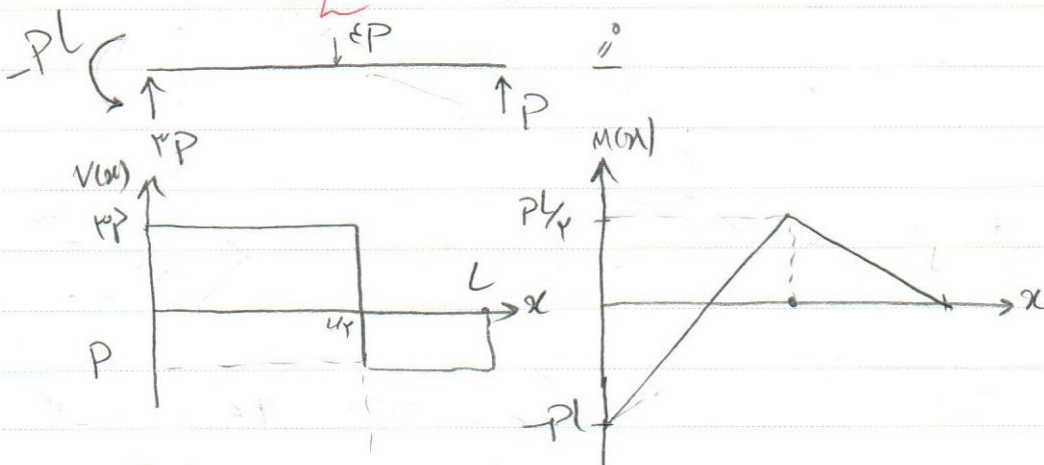


$$M_r = -PL + PL = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 M}{dx^2} = -w(x) \Rightarrow \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$

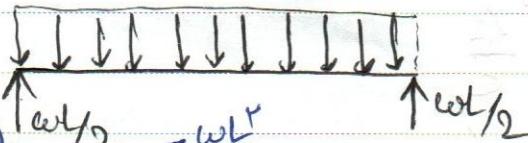
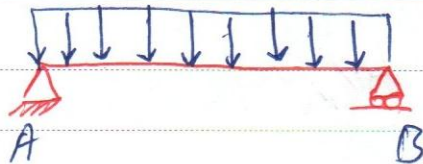


(DL)

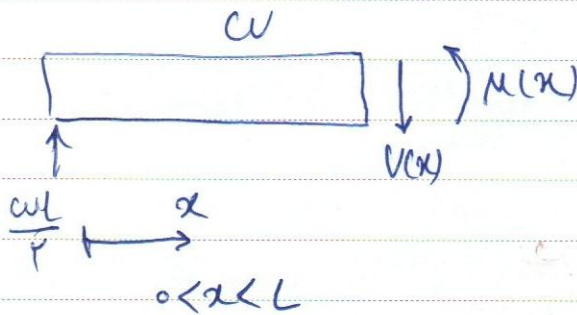
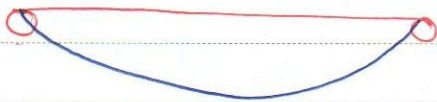
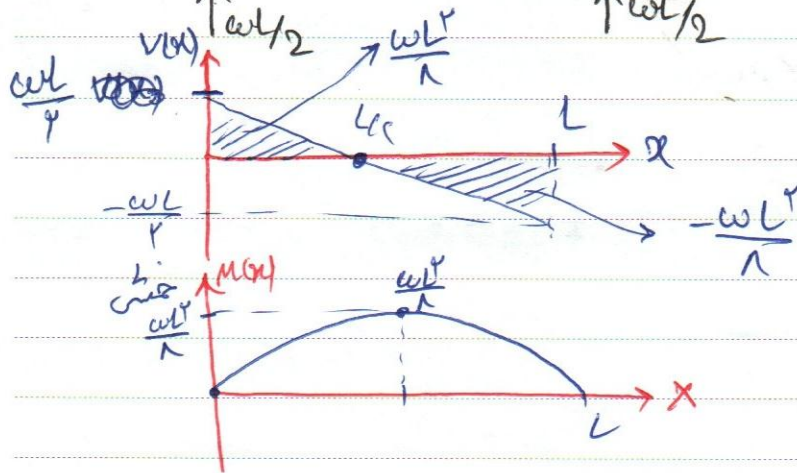


(مسألة)

w



تساوي التوازن

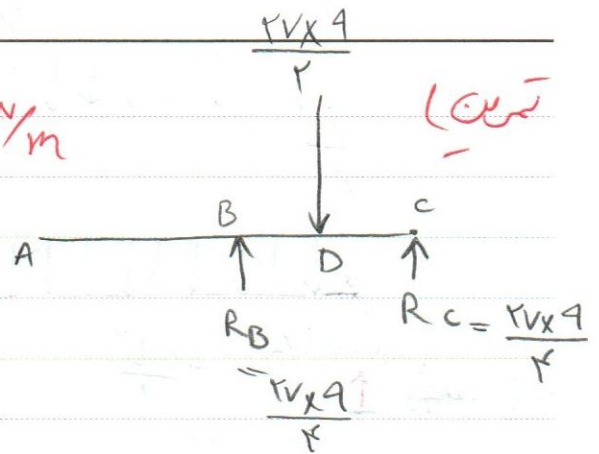
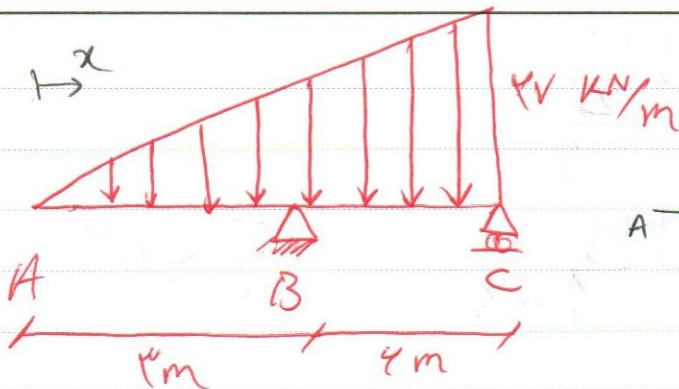


$$\sum F_y = 0 \longrightarrow wL/2 + V - wx = 0$$

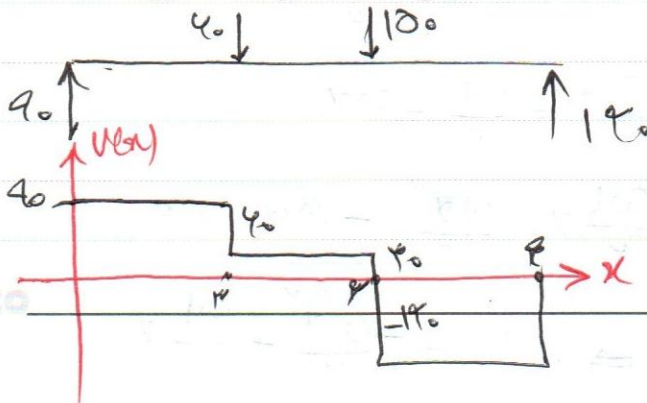
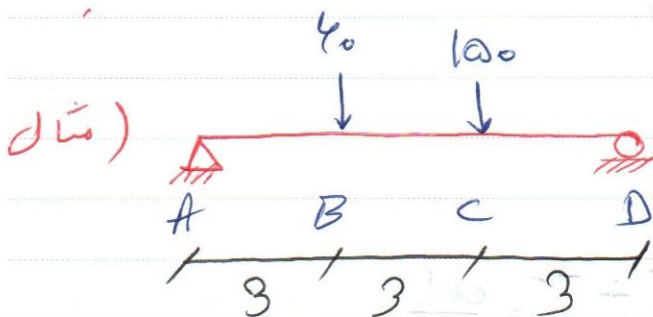
$$\longrightarrow V = wx - \frac{wL}{2}$$

$$\sum M_C = 0 \quad (\oplus) \longrightarrow \frac{wL}{2}x - \frac{wx^2}{2} - M(x) = 0$$

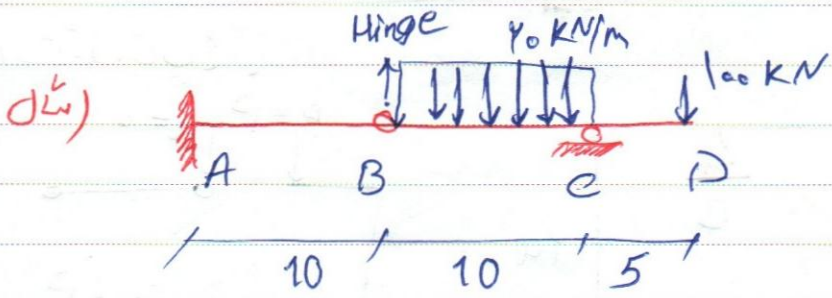
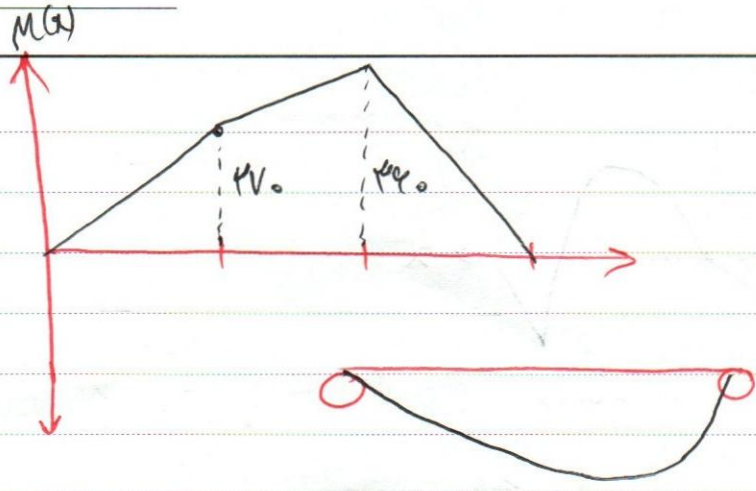
$$\Rightarrow M(x) = \frac{wL}{2}x - \frac{wx^2}{2}$$



$0 \leq x < 3 \quad V = \frac{2V}{9} x$
 $3 \leq x < 9 \quad V = \frac{2V}{9} \times \frac{9}{2} - \frac{2V \times 9}{2} + \frac{2V}{9} x(x-3)$



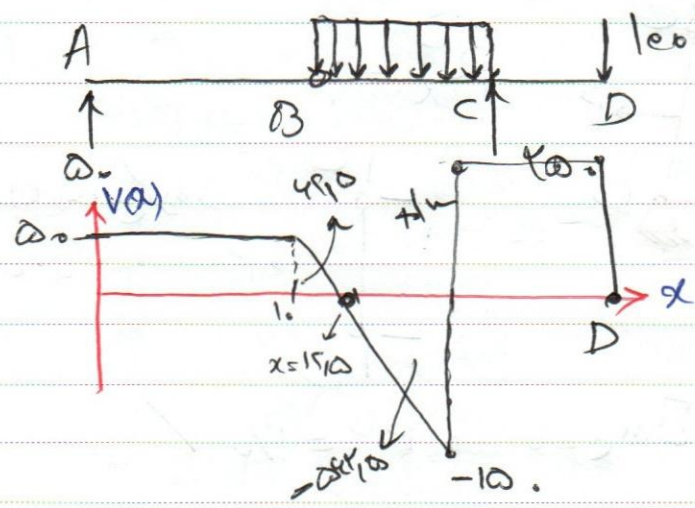
در تمام انوار



Σ M_B = 0 → C_y = 100 kN

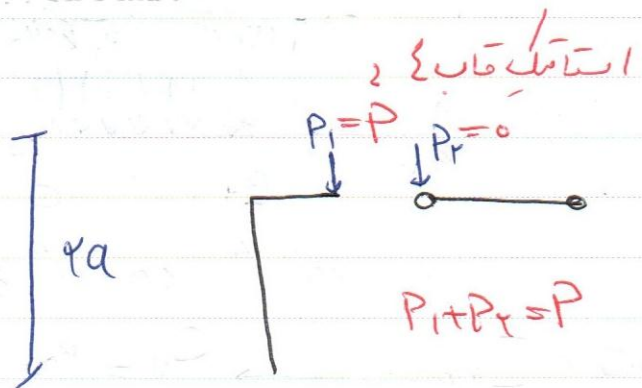
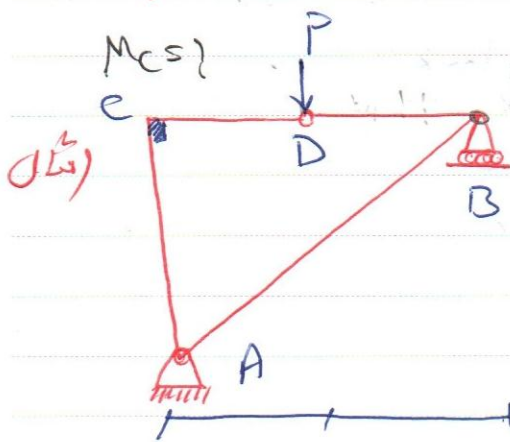
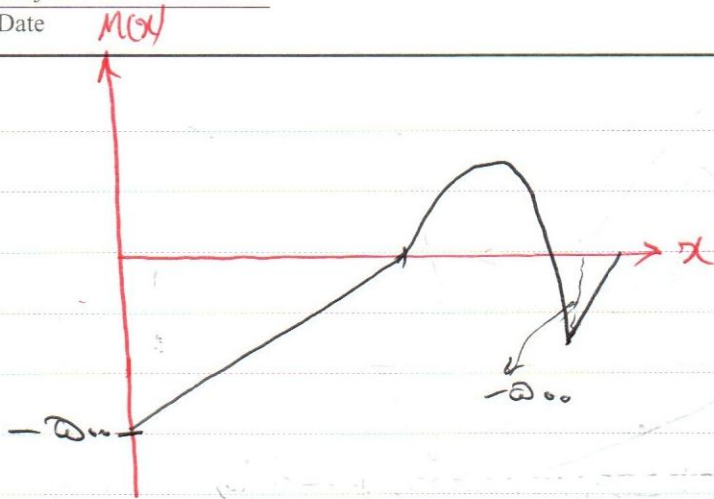
Σ F_y = 0 → A_y = 20 kN

Σ M_A = 0 → M_A = 200 kN.m



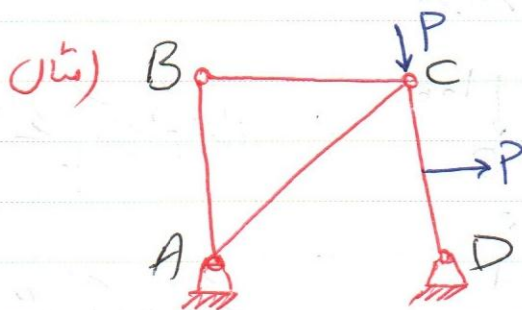
این رسم را برای آنبار

۲- رسم را برای آنبار

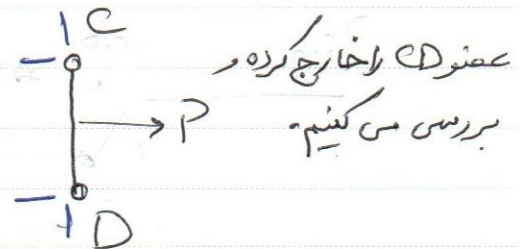


چون عضو DB دو نیروی است پس برش

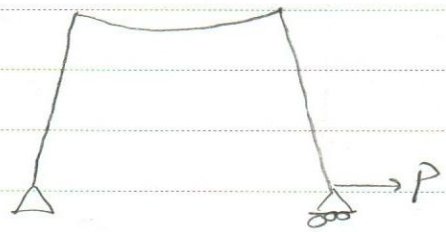
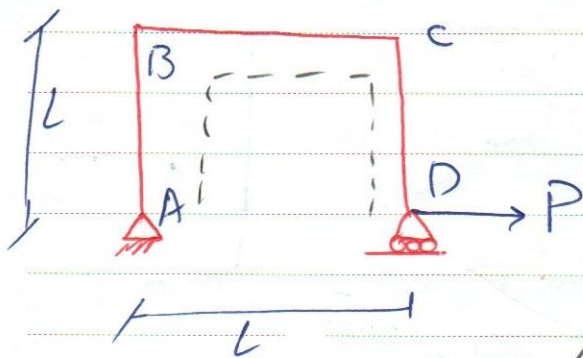
ندارد و پس باز P در عضو ACD وارد می شود پس $M_C = Pa$



$$R_x^D = ?$$

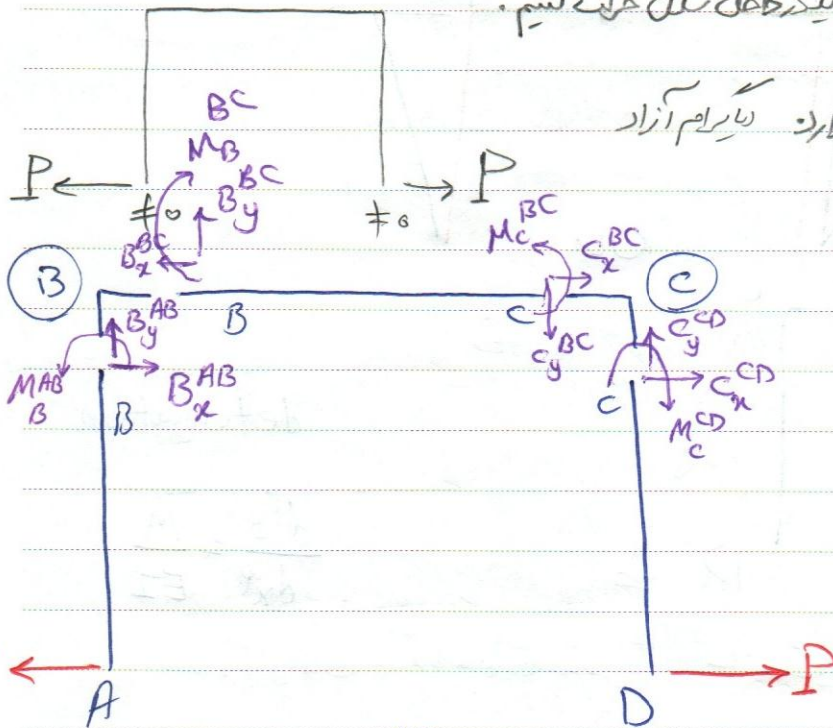


$$\sum M_C = 0 \rightarrow R_x^D = P/2 \checkmark$$



در رسم نمودارهای برش و چسب باید دقت نظر داشت.

در رسم نمودارهای برش و چسب باید دقت نظر داشت.
فرض محوری



عصر

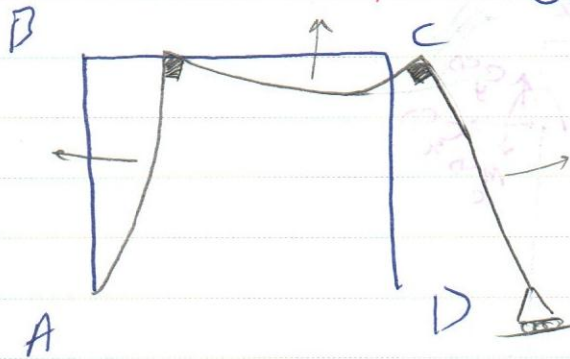
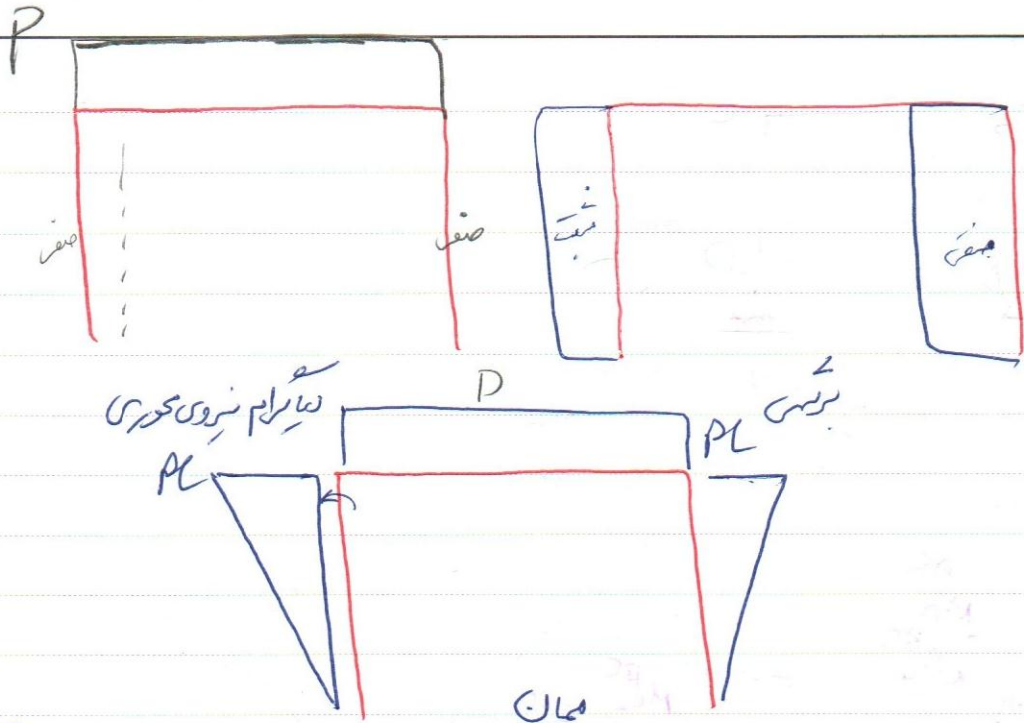
$$\left. \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \Rightarrow B_x^{AB} = P \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow B_y^{AB} = 0 \\ \sum M_B = 0 \Rightarrow M_B^{AB} = PL \end{array} \right\} \text{AB}$$

B چسب

$$\left. \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \Rightarrow B_x^{AB} = B_x^{BC} \Rightarrow B_x^{BC} = P \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow B_y^{BC} = 0 \\ \sum M_B = 0 \Rightarrow M_B^{BC} = PL \end{array} \right\}$$

Subject _____

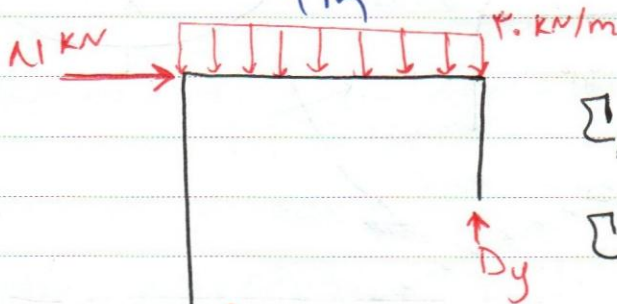
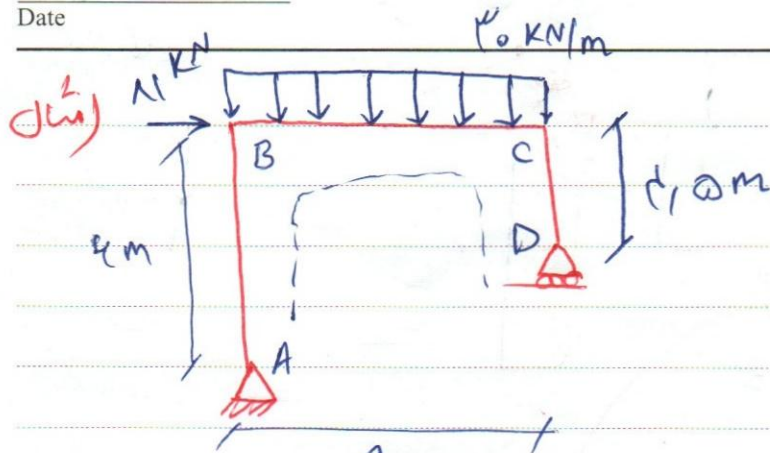
Date _____



deformation

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$

لے اگر ممان + برد جهت تغییر شکل + است.

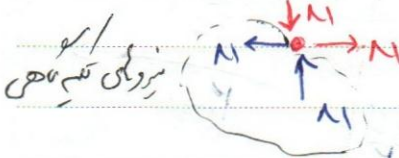
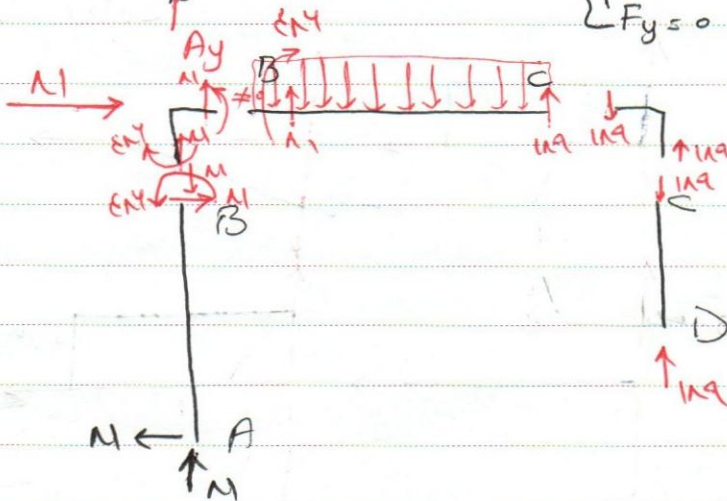


$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 11 \times 4 + 4 \times 9 \times \frac{9}{2} = D_y \times 9$$

$$\Rightarrow 119 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0 \quad A_x = 11 \text{ kN}$$

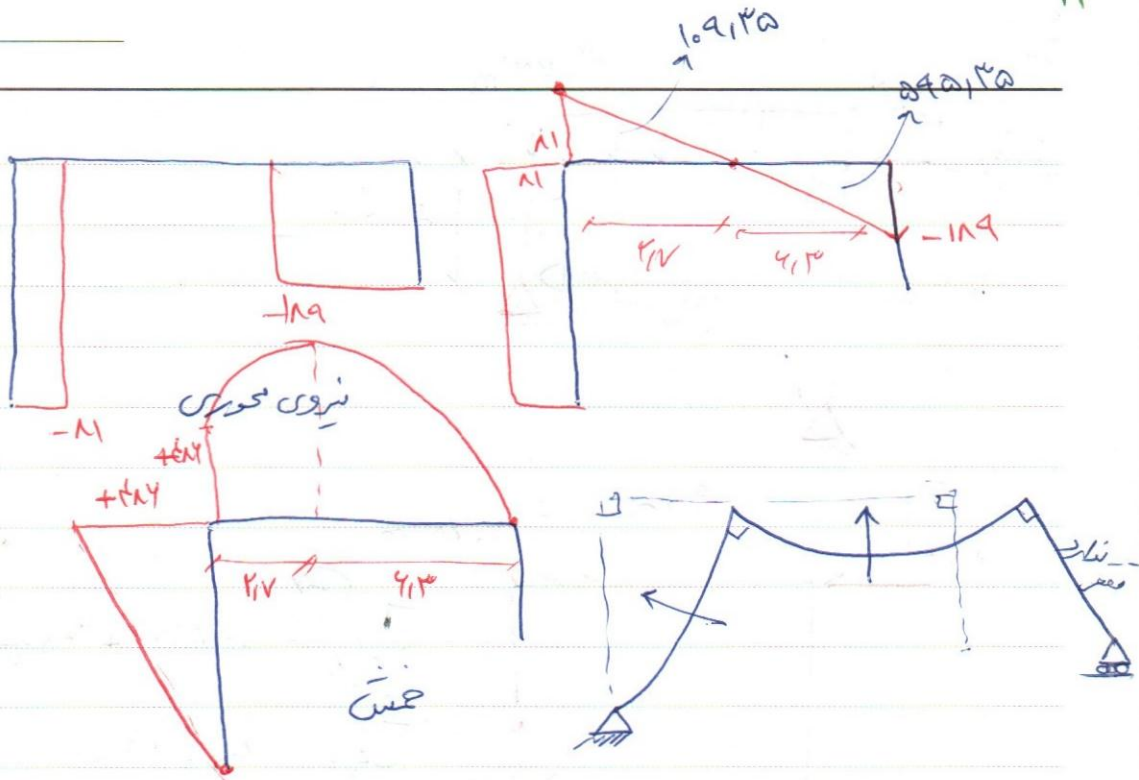
$$\sum F_y = 0 \quad A_y = 11 \text{ kN}$$



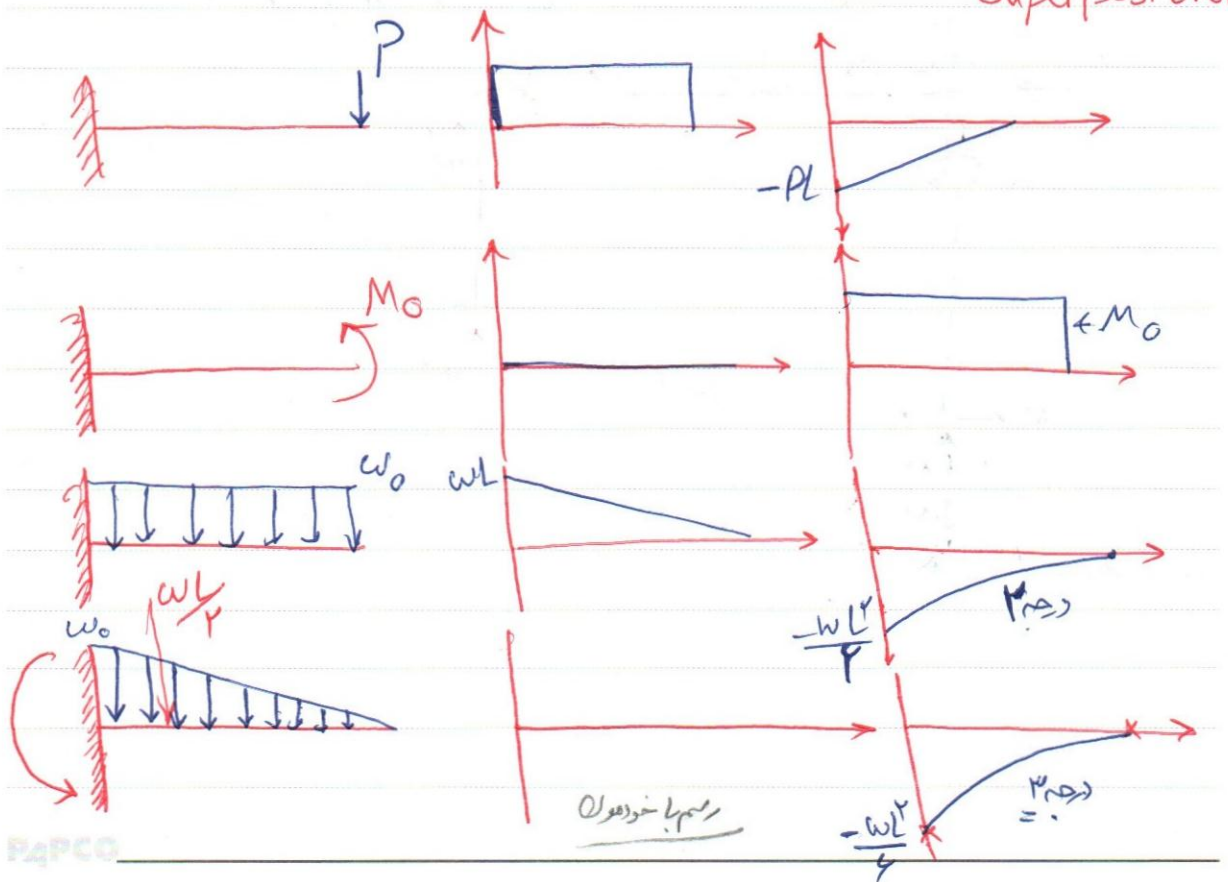
Subject _____

Date _____

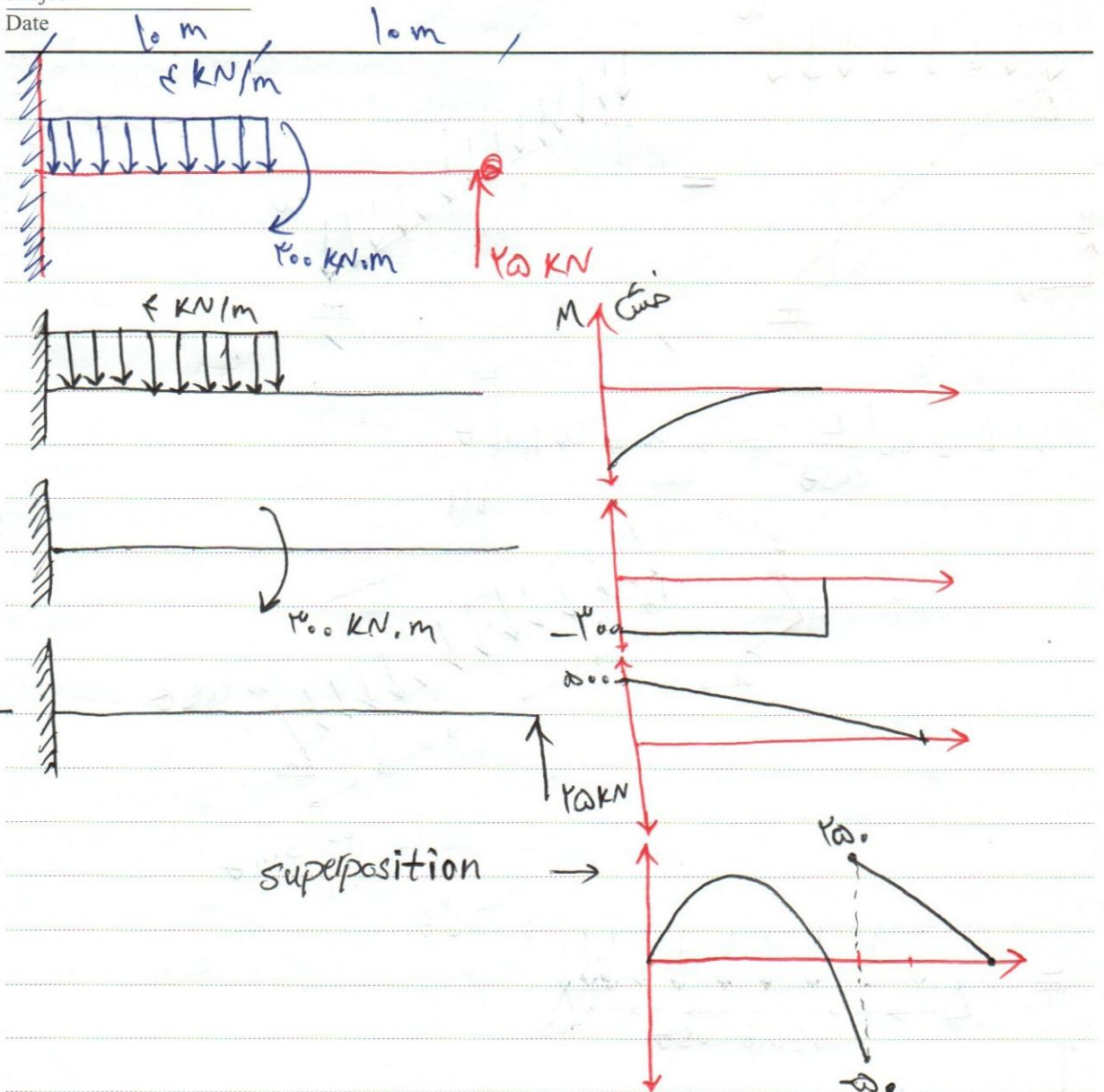
۲۲



superposition

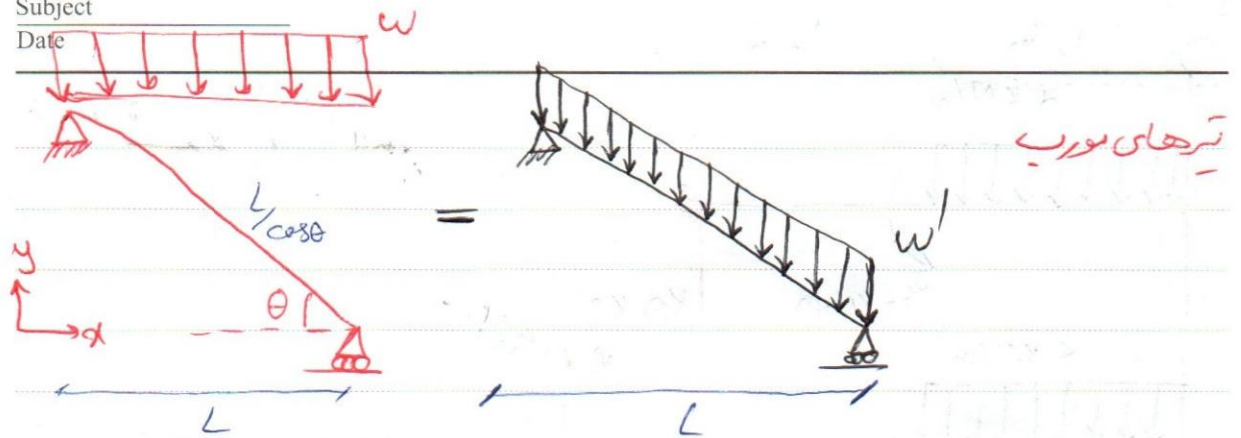


Subject
Date



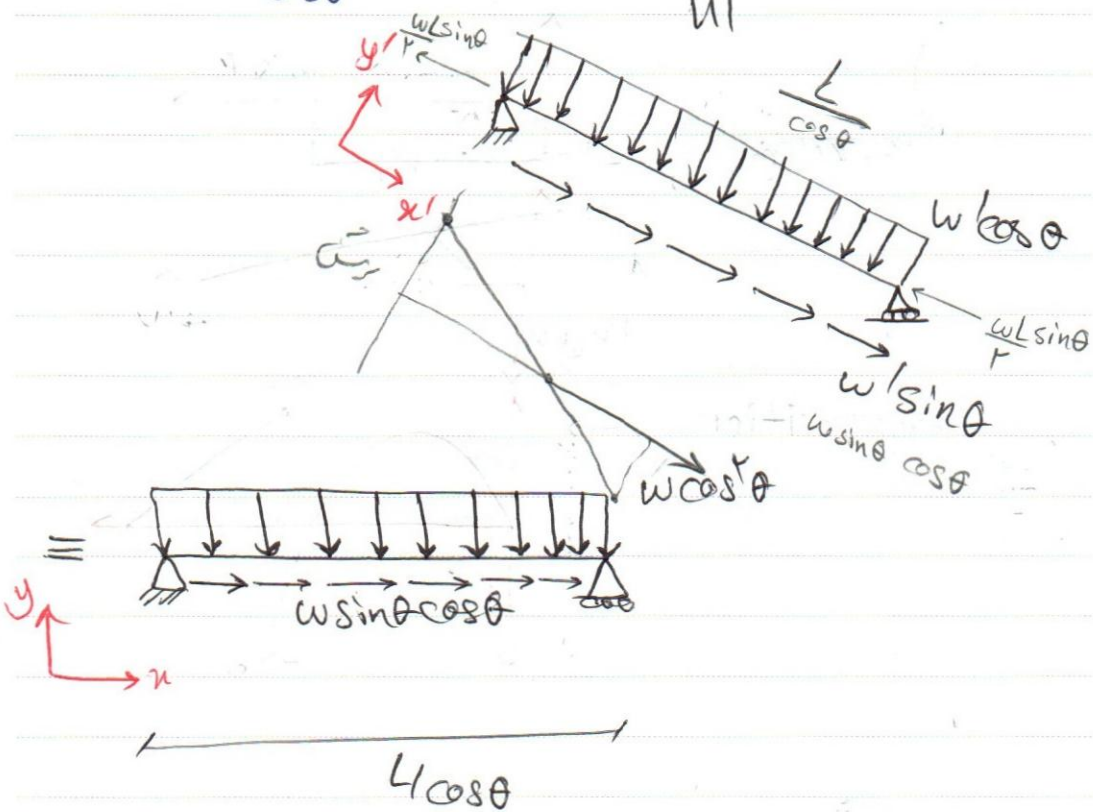
Subject

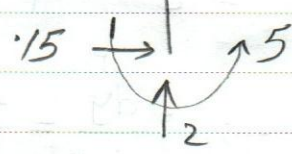
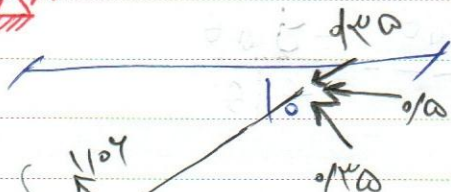
Date



$$wL = w' \frac{L}{\cos\theta} \rightarrow w' = w \cos\theta$$

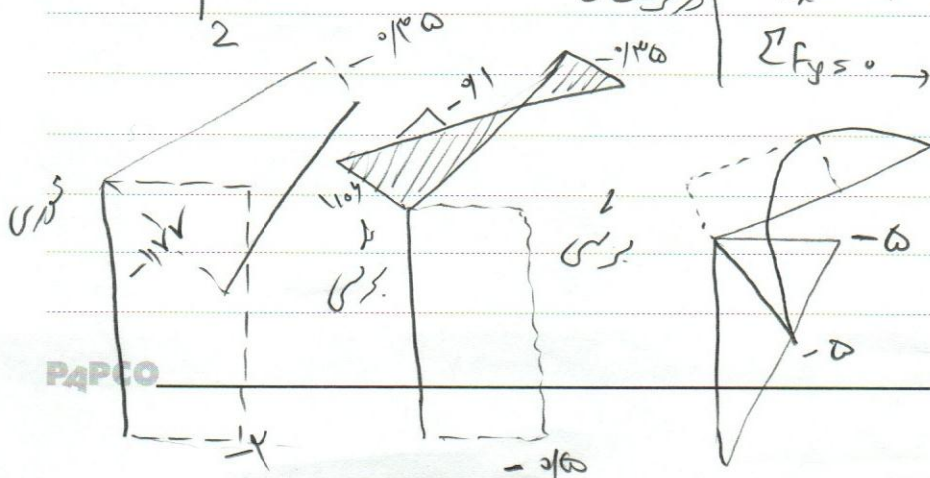
||





BC member

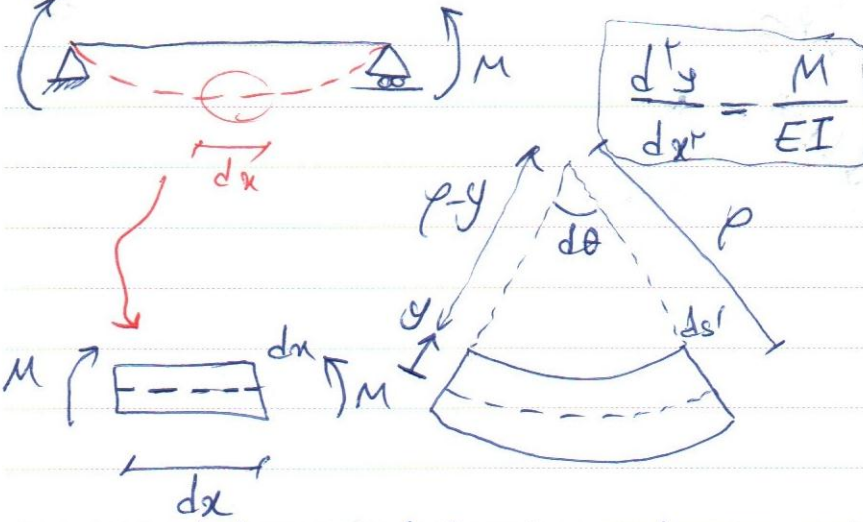
$$\left. \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \rightarrow \frac{B_y}{\sqrt{r}} - \frac{B_x}{\sqrt{r}} + 1/2 = 0 \\ \sum F_y = 0 \rightarrow \frac{B_y}{\sqrt{r}} + \frac{B_x}{\sqrt{r}} = +1 \end{array} \right\}$$



Subject _____

Date _____

بیت آوردن خبر ترها



استمال مستقیم

کند سطح

تیر فرج

انرژی (کامپلیمینت)

بار واحد

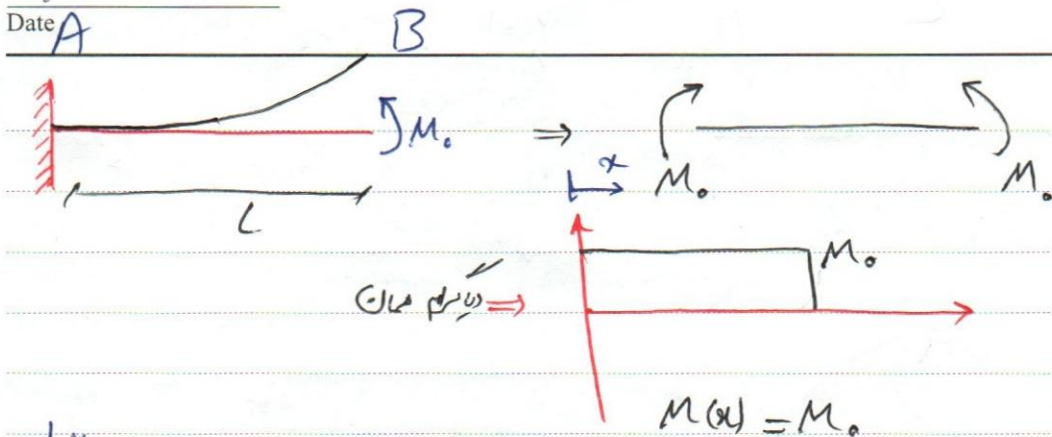
$$e = \frac{ds' - dx}{dx} = \frac{(\rho - y)d\theta - \rho d\theta}{\rho d\theta} = \frac{-y d\theta}{\rho d\theta}$$

اینجا

$$k(\theta) = \frac{1}{\rho} = \frac{y'''}{(1 + y'^2)^{3/2}} \approx y'''$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{-y'''}{EI} \Rightarrow \frac{-My'''}{IE} = \frac{-y'''}{\rho} \rightarrow \frac{1}{\rho} = \frac{+M}{EI}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{+M}{EI}$$

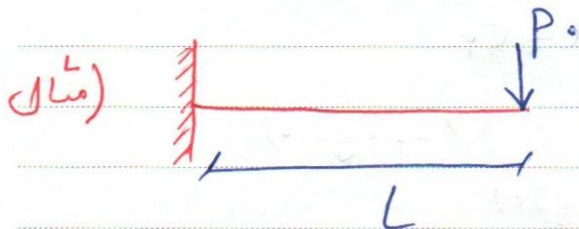


$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M_0}{EI} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{M_0 x}{EI} + C_0 \rightarrow \theta(x) = \frac{M_0 x}{EI} \quad (I)$$

$$\rightarrow y = \frac{M_0 x^2}{2EI} + C_0 x + C_1 \rightarrow g(x) = \frac{M_0 x^2}{2EI} \quad (II)$$

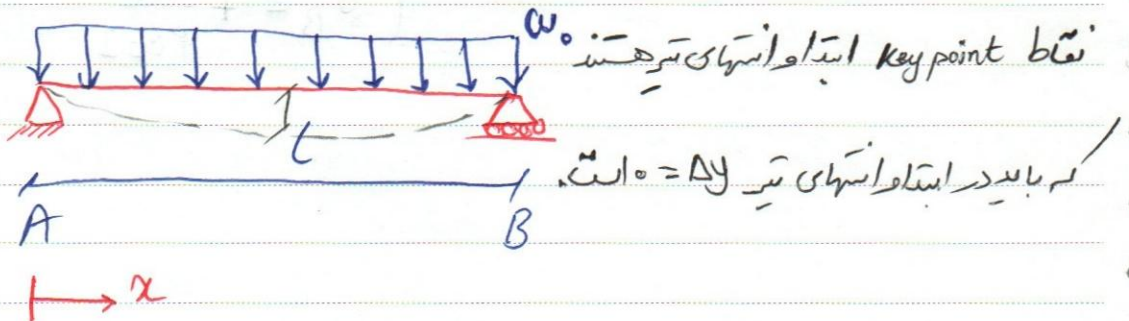
A $\rightarrow \begin{cases} \theta = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C_0 = 0 \\ C_1 = 0 \end{cases}$

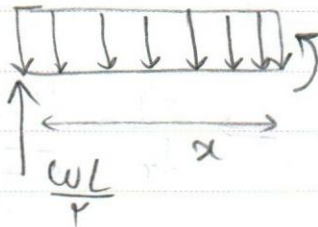
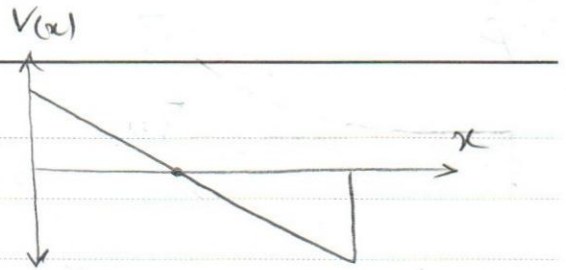
نقطه B $\left\{ \begin{aligned} \theta_{max} &= \frac{M_0 L}{EI} \\ g(x)_{max} &= \frac{M_0 L^2}{2EI} \end{aligned} \right.$



$$M(x) = -P_0 L + P_0 x = P_0 (x - L)$$

deflection $\Delta(L) = \frac{P_0 L^3}{3EI}$





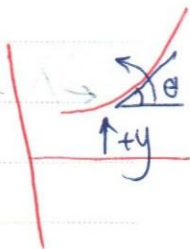
$$\theta = \frac{\omega}{rEI} \left(\frac{Lx^r}{r} - \frac{x^r}{r} \right) + C_1$$

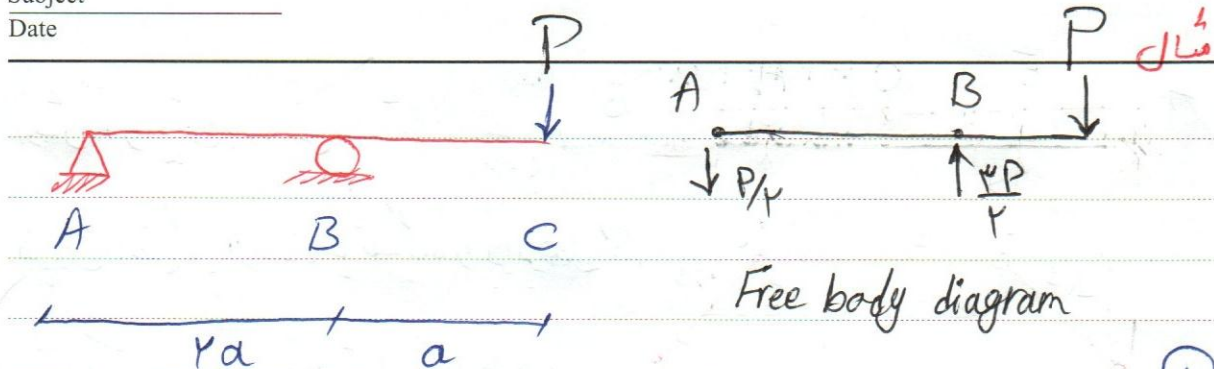
$$y = \frac{w}{EI} \left(\frac{Lx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) + C_1 x + C_2$$

$$\frac{-wL}{rKEI} \quad (x=L, y=0)$$

$$\Rightarrow y_c = \frac{-\omega}{4\pi^2} \frac{wL^4}{EI}$$

$$\begin{cases} \theta_A = \frac{-WL^2}{4EI} \\ \theta_B = +\frac{WL^2}{4EI} \end{cases}$$





$$0 \leq x \leq 2a \quad M = -\frac{P}{4}x \quad \rightarrow \quad E I y_1 = -\frac{P}{12}x^3 + C_1x + C_2 \quad (1)$$

$$2a \leq x \leq 3a \quad M = -\frac{P}{4}x + \frac{3P}{4}(x-2a) = Px - 2Pa = P(x-2a)$$

$$\rightarrow E I y_2 = \frac{P}{4}x^2 - \frac{3}{4}Pax^2 + C_3x + C_4 \quad (2)$$

در معادله (۱) به تنهایی با توجه به اینکه دو شرایط اولیه در آن قسمت نداریم $\Delta y_A^y = 0$ و $\Delta y_B^y = 0$ می توان C_1 و C_2 را بدست آورد.

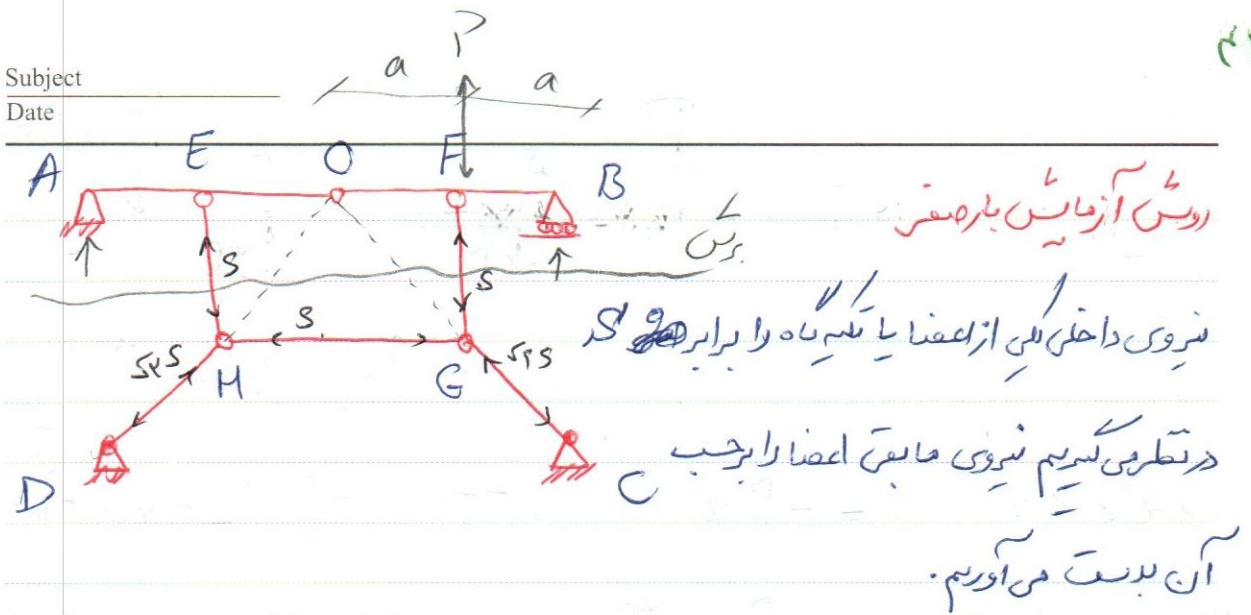
$$y_{x=0} = 0 \Rightarrow C_2 = 0 \quad y_1(2a) = 0 \rightarrow C_1 = \frac{Pa^2}{3} \quad \checkmark$$

$$(2) \quad \left. \begin{array}{l} y_1(0) = 0 \\ y_1(2a) = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} y_2(2a) = 0 \\ y_1'(2a) = y_2'(2a) \end{array}$$

برای محل معادله (۱)

برای محل معادله (۲)

به کمک این دو معادله C_3 و C_4 بدست می آید.



در صورتیکه به علت نقص یکی از معادلات تعادل $S = 0 \leftarrow$ سازه ناپایدار
در غیر این صورت سازه ناپایدار است.

ابتدا بار I را در نقطه F وارد می‌کنیم و تکیه‌گاهی که می‌باشد C و D را هر دو از O می‌گذرانیم
در $\sum M_O = 0$ تا تکیه‌گاهی نمی‌گذرانند و تکیه‌گاهی که می‌باشد A و B بدست می‌آید و داریم:

$$\sum M_O = 0 \Rightarrow P \times a + R_A \times 2a - R_B \times 2a = 0$$

$$\Rightarrow P = 2(R_B - R_A) \quad (II)$$

برای اعضای بالای برش $\sum M_O = 0 \Rightarrow P \times a + R_A \times 2a - R_B \times 2a + S_1 a - S_2 a = 0$

$$\Rightarrow P = 2(R_B - R_A) + (S_1 - S_2) \quad (I)$$

$$I, II \Rightarrow \boxed{S_1 = S_2}$$

$$\sum F_y = 0 \quad P = R_A + R_B + S_1 + S_2$$

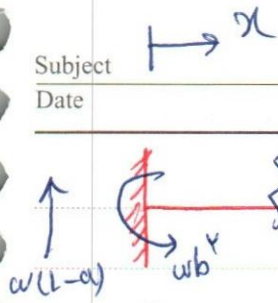
بررسی دقیق تر بعداً صورت گیرد.

نکته: تیرهای چند تکه

۱- در محل تکیه یا اعمال بارهای متمرکز

۲- در محل تغییرات (I)

$$\begin{array}{l} \theta_L = \theta_R \\ \Delta_L = \Delta_R \end{array} \rightarrow \text{سویچگی تیر}$$



$$b^r$$

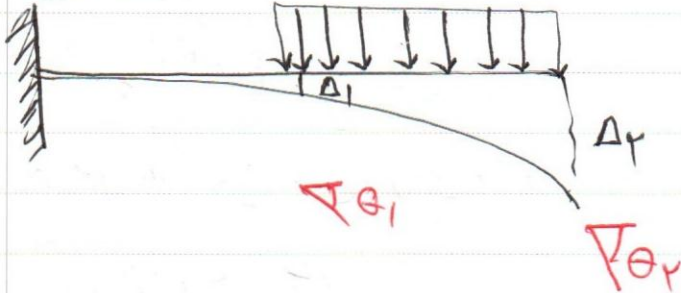
$$w(L-a)\left(a + \frac{(L-a)}{2}\right)$$

$$y_1(0) = 0 \quad 0 \leq x \leq a \quad M(x) = -wb^r + w(L-a)x$$

$$y_1'(0) = 0 \quad a < x \leq L : M(x) = -wb^r + w(L-a)x - \frac{w(x-a)^2}{2}$$

$$y_1(a) = y_r(a)$$

$$y_1'(a) = y_r'(a)$$



θ_1 و θ_r منفرجات.

روش تشریحی ۲ $\rightarrow$ قانون اول
قانون دوم

هدف: به دست آوردن خنثی‌شیب در تیر بوسیله تشریحی

مرکز سطح مقطع $\frac{M}{EI}$ نسبت پستی اول A

$$t_{A/B} = \int_A^B x \frac{M}{EI} dx = \bar{x} \int_A^B \frac{M}{EI} dx \quad t_{A/B}$$

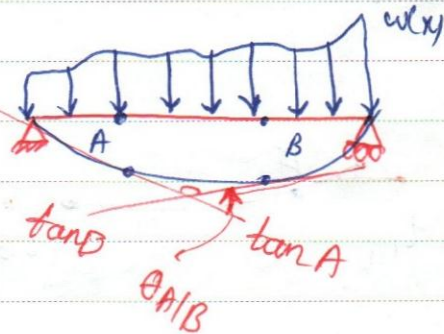
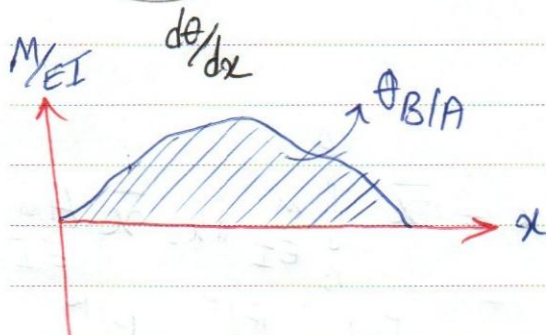
قانون اول $\rightarrow$ شیب $\theta_{A/B}$

قانون دوم $\rightarrow$ خنثی (deflection)

قانون اول تشریحی + هندسه

$$\theta_{B/A} = \int_A^B \frac{M}{EI} dx$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \Rightarrow d\theta = \frac{M}{EI} dx$$



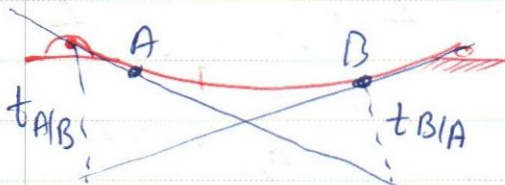
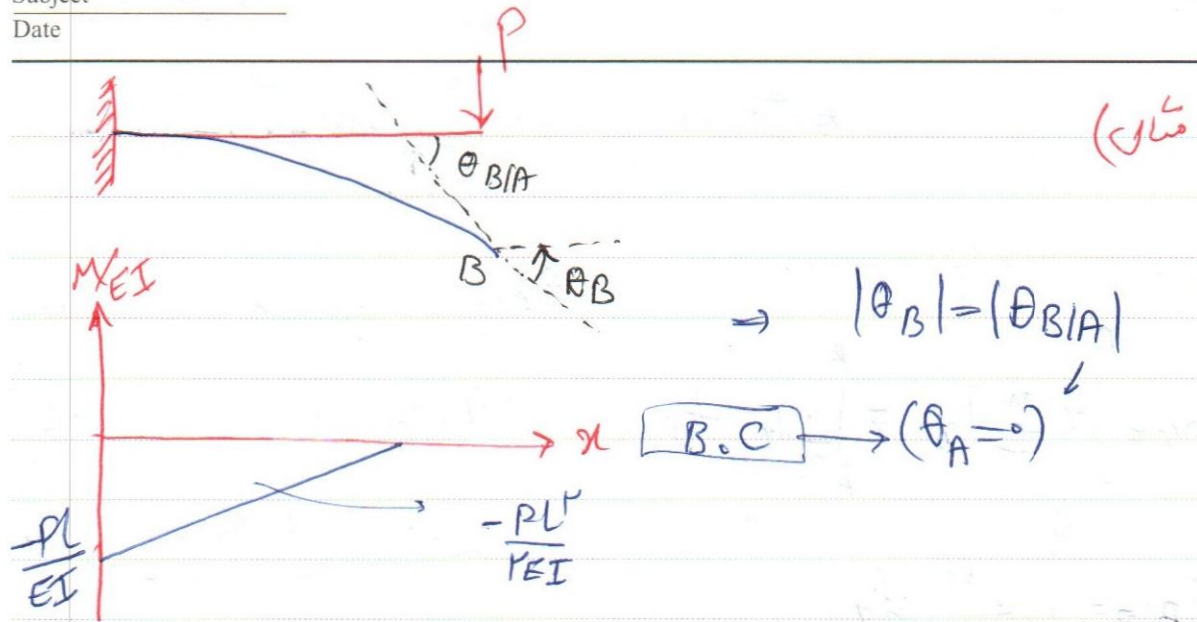
الگوریتم استفاده از روش تشریحی ۲

۱- ترسیم دیاگرام آزاد

۲- ترسیم دیاگرام $\frac{M}{EI}$

۳- ترسیم منحنی تغییر شکل یا فته بزرگ‌نمایی شده

۴- استفاده از قوانین تشریحی + هندسه

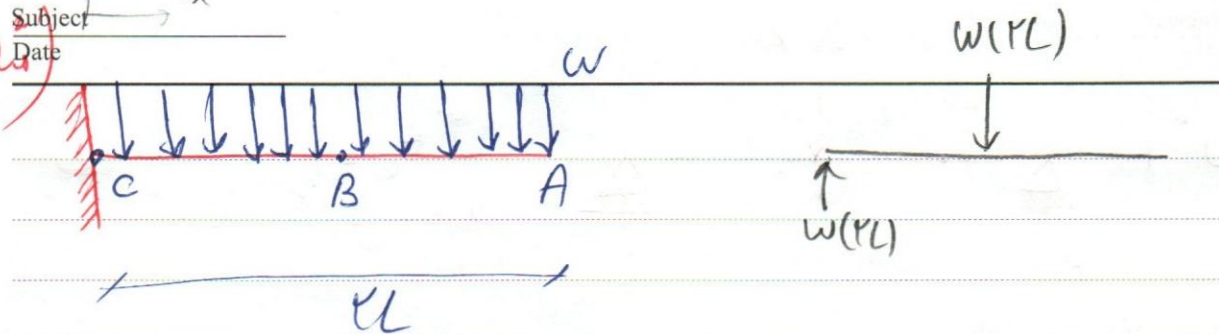


$$|\Delta_B| = |\Delta_{B/A}| = \int_B^A x \frac{M}{EI} dx = \bar{x} \int_B^A \frac{M}{EI} dx = \bar{x} \frac{A_M}{EI}$$

$$= \frac{1}{3} L \times \frac{PL^2}{2EI} = \frac{PL^3}{6EI}$$

مثال deflection curve

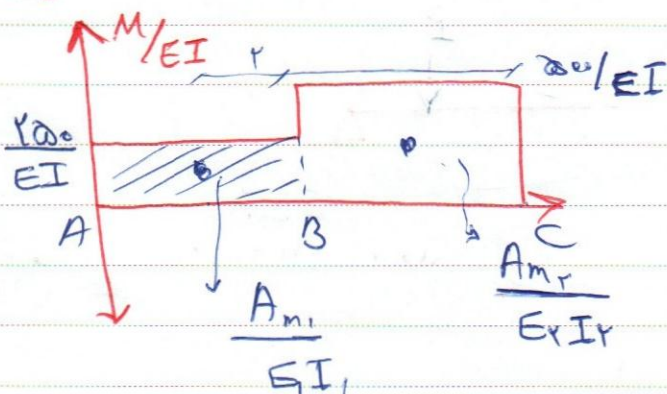
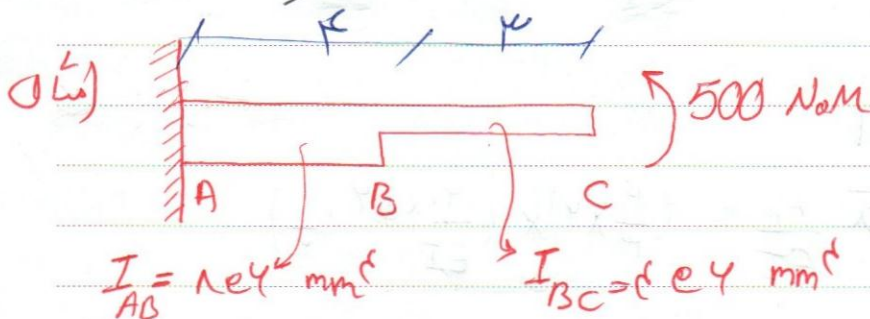
Subject _____
Date _____



$|\theta_A - \theta_B| = ?$ $|\theta_{A/B}| =$

$\frac{M}{EI}$

$\Rightarrow |\theta_{A/B}| = \int_0^L \frac{-wx^2/2}{EI} = \frac{wL^3}{4EI}$ ✓

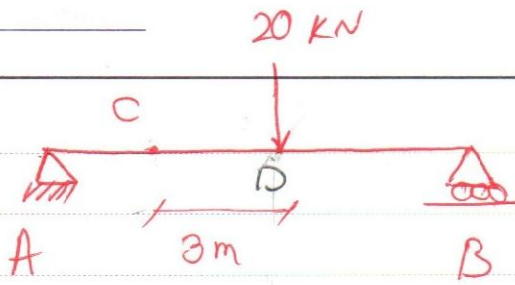


$\Delta_B = t_{B/A} = \left[\frac{200 \times l}{EI_{AB}} \right] \times r = 1.0 \text{ mm}$

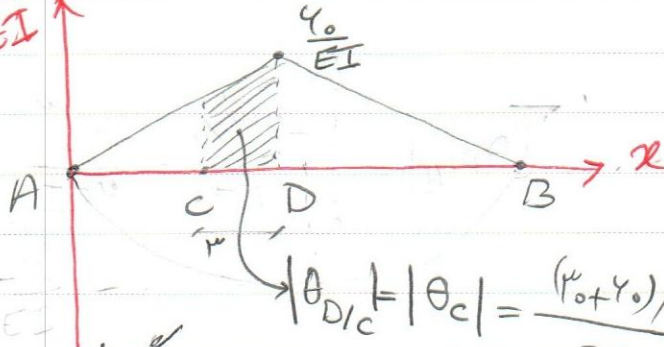
$\Delta_C = t_{C/A} = \left[\frac{200}{EI_{BC}} \right] \times l + \left[\frac{200 \times (r)}{EI_{BC}} \right] \times (l+r) = 9.04 \text{ mm}$

$x = l + r$

(مسأل)



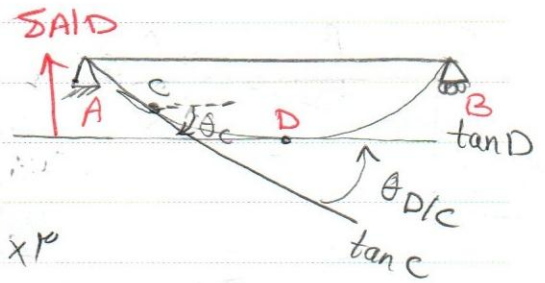
$\theta_c = ?$ ①
استفاده از قانون اول تیربندی + هندسه

 $\frac{M}{EI}$


بنا بر تیربندی

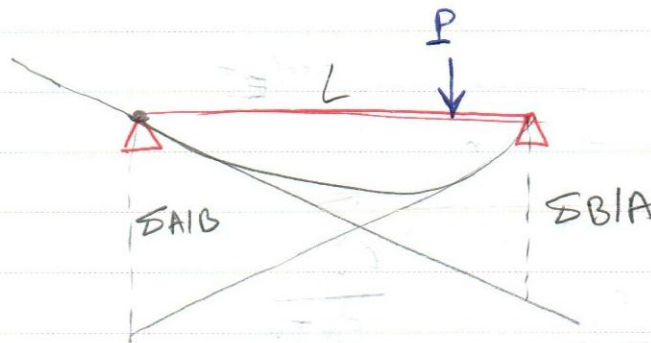
$$|\Sigma_D| = |\Sigma_{A/D}|$$

$$= \int_A^D x \frac{M}{EI} dx = \bar{x} \frac{A_m}{EI} = \left(\frac{r}{3} \times 4\right) \times \left(\frac{y_0 \times 4}{EI} \times \frac{1}{3}\right)$$



$$\Sigma_D = ? \text{ ②}$$

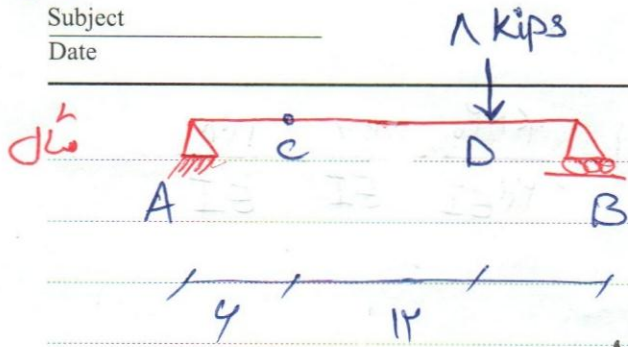
مثال ۸



$$\theta_A = \frac{\delta_{B/A}}{L}$$

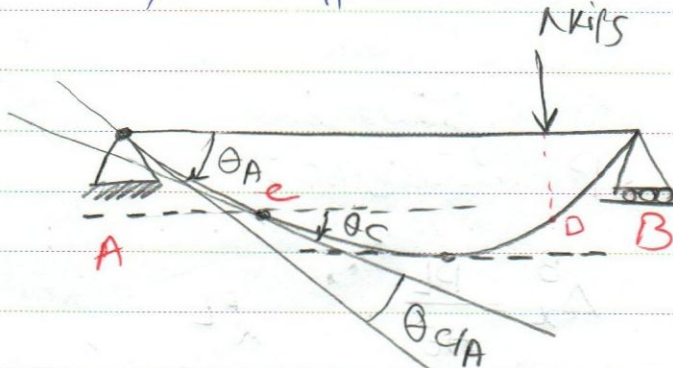


Subject _____
Date _____



$$\begin{cases} E = 29 \text{ ksi} \\ I = 400 \text{ in}^4 \end{cases}$$

$\theta_c = ?$



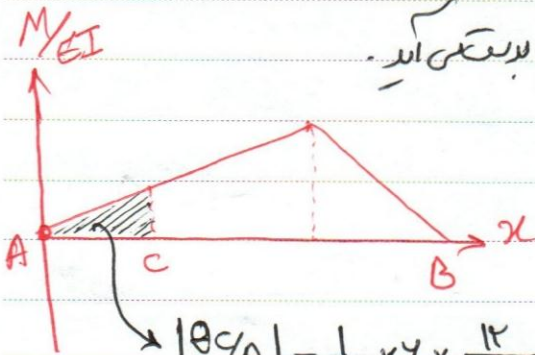
$$|\theta_{C/A}| + |\theta_c| = |\theta_A|$$

$$|\theta_c| = |\theta_A| - |\theta_{C/A}|$$

$$\frac{\Delta_{B/A}}{L}$$

از قانون اول
✓

از قانون دوم به دست می آید



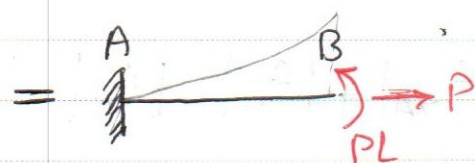
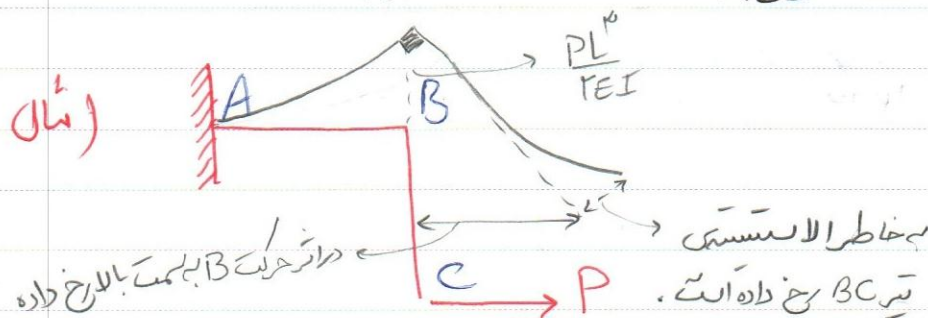
$$|\theta_{C/A}| = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{12}{EI} = \frac{24}{EI}$$

$$\Delta_{B/A} = \int_A^B x \frac{M}{EI} dx = \int_0^4 x \frac{M}{EI} dx + \int_4^{16} x \frac{M}{EI} dx = \frac{444}{EI}$$

$$\begin{cases} A_M = \\ \bar{x} = \frac{2}{3} \times 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_M = \\ \bar{x} = (4 + \frac{1}{3} \times 12) \end{cases}$$

$$\Rightarrow |\theta_c| = \frac{|\Sigma_{B/A}|}{2L} - |\theta_{C/A}| = \frac{4420}{2EI} - \frac{44}{EI} = \frac{144}{EI}$$

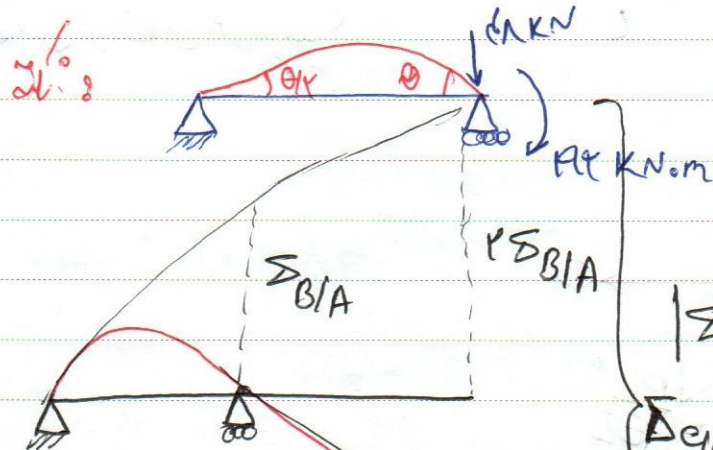
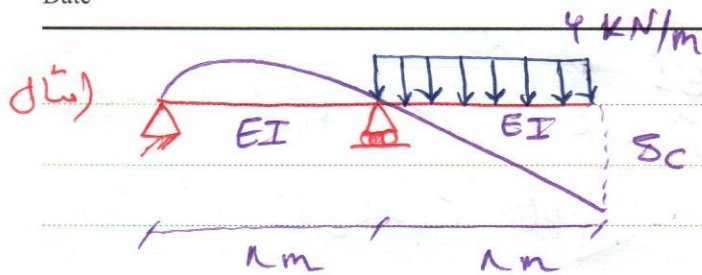


$$\Delta_x^B = \frac{PL}{AE}$$

$$|\theta_B| = |\theta_{B/A}| = \frac{ML}{EI} = \frac{PL^2}{EI}$$

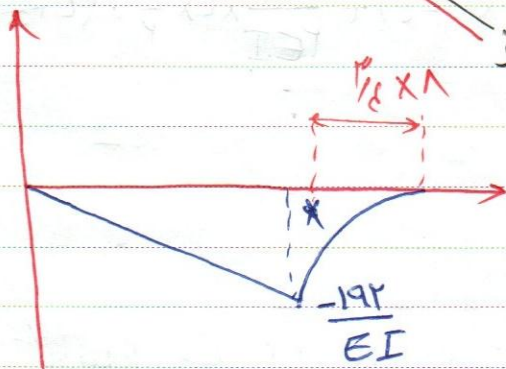
$$\Delta_y^B =$$

تکین کردن



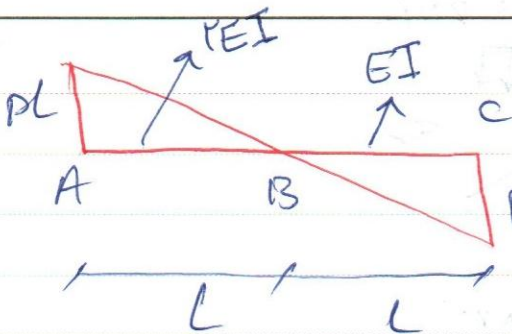
$$\Delta_{c/B} = ?$$

$$|\Delta_c| = |\Delta_{c/A}| - \Delta_{B/A}$$



$$\Delta_{c/c} = ? = \frac{1}{EI} \times \left| \frac{192}{EI} \right| \times 1$$

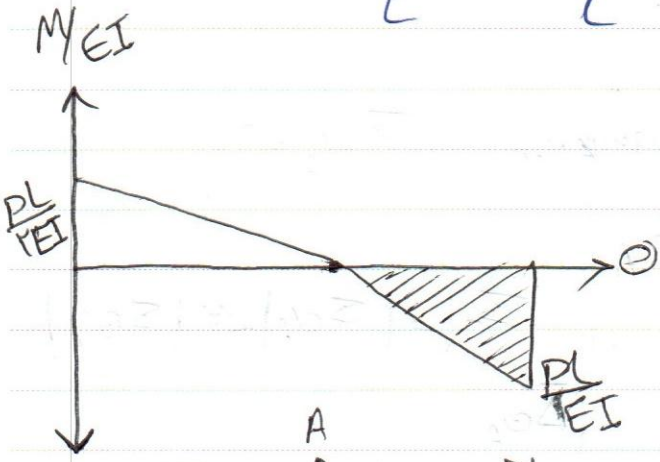
(مثال)



با توجه به دیاگرام ممان و برش

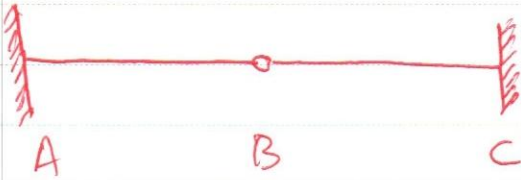
مقدار تغییر مکان نقطه C نسبت

به مماس بر نقطه A را بیابید



$$\Delta_{C/A} = \int_A^C = \frac{-PL}{EI} \times L \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3}L\right) + \frac{PL}{EI} \times L \times \frac{1}{2} \times \left(L + \frac{2}{3}L\right)$$

* معنی به خاطر مساحت زیر نمودار



در شکل مقابل نقطه C را نسبت به A

حرکت می دهد مقدار M_A را بیابید

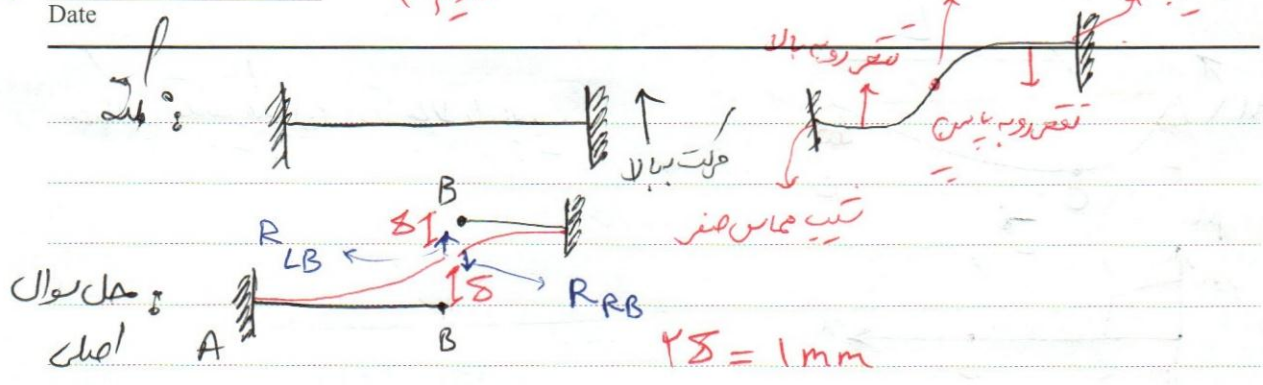


$M_A = ?$

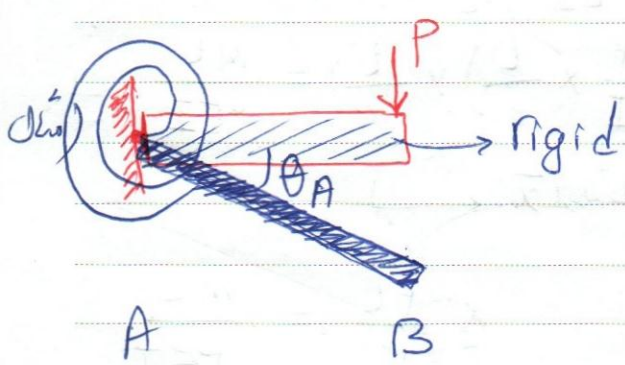
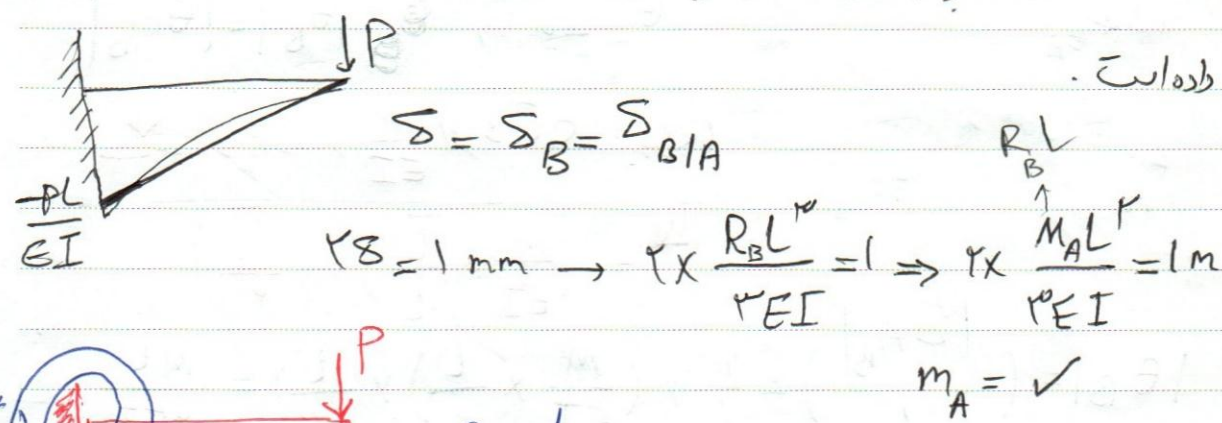


Subject _____
Date _____

نقطه‌ای عطف است پس همان صفر است (واقعاً شدن حالت می شود که در این نقطه $p=0$ داریم)



هر وقت ثابت و جیب تری مثل یک تیر انعطاف است که به اندازه δ در ابتدای آن تغییر جایابی



در اینجا فرض داریم و جسم به صورت صلب است

حل اگر جسم rigid نبود باید جمع حالت

$\delta_B = \theta_A \times L$

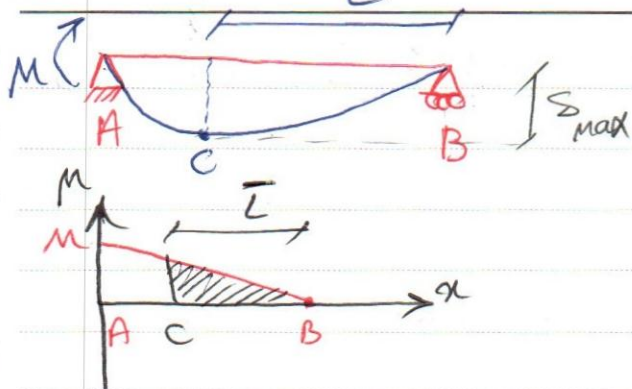
deflected + $\Delta \theta$ را با هم در نظر گرفت.

$M = k_\theta \cdot \theta_A$
 $M = -PL$

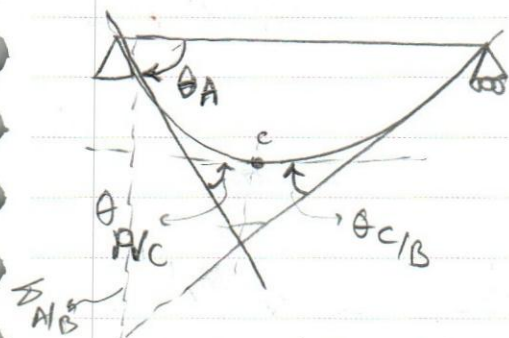
$\Rightarrow \theta = \frac{-PL}{k_\theta} \Rightarrow \delta_B = \theta_A \times L$

$\delta_B = \frac{-PL}{k_\theta} \times L \checkmark$

اگر rigid نبود $\delta_B = \frac{-PL^2}{k_\theta} + \left(\frac{PL^3}{3EI} \right)$



حد اکثر تغییر مکان در تیر بالا را بیابید.



$$\theta_C = 0 \Rightarrow$$

$$|\theta_B| = |\theta_{C/B}|$$

↓ تحت زیر نمودار از B تا C (مجهول)

$$\Downarrow = \left(\frac{M}{EI} \times \frac{L}{2} \right) \times \left(\frac{L}{2} \right) \quad (I)$$

$$|\theta_B| = \left(\frac{|\Delta_{A/B}|}{L} \right) = \frac{1}{L} \times \left(\frac{M}{EI} \times \frac{L}{2} \right) \times \left(\frac{L}{2} \right) = \frac{ML}{4EI} \quad (II)$$

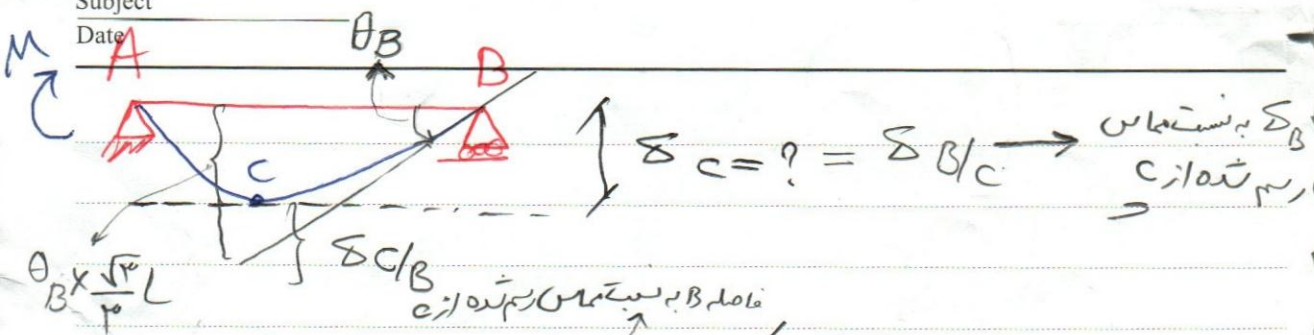
← x از نقطه A

$$|\theta_A| = \sim \sim \sim \sim \sim \times \frac{2L}{3} = \frac{ML}{3EI}$$

$$\Rightarrow \bar{L} = \frac{\sqrt{3}}{2} L$$

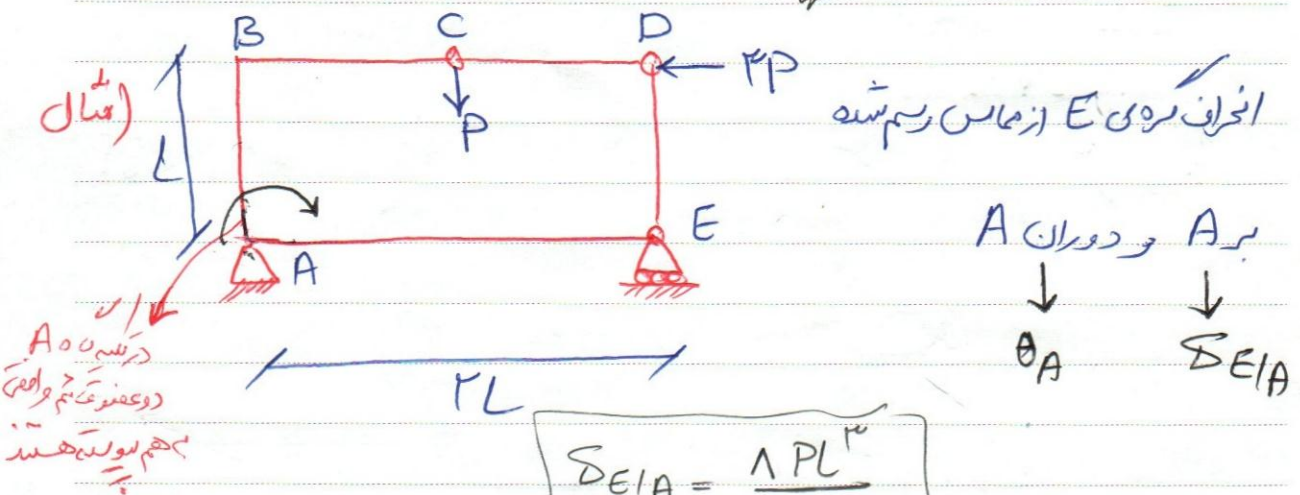
$$|\theta_{C/B}| = |\theta_B| \quad (I=II) \rightarrow \frac{M\bar{L}^2}{2LEI} = \frac{ML}{4EI} \rightarrow \bar{L}^2 = \frac{1}{2} L^2$$

$$\rightarrow \bar{L} = \frac{\sqrt{2}}{2} L$$



نکته: $\begin{cases} |\delta_c| = |\delta_{B/c}| \\ |\delta_c| = \left[\theta_B \times \frac{\sqrt{3}}{4} L \right] \frac{\delta_c}{\delta_B} \end{cases}$ ✓

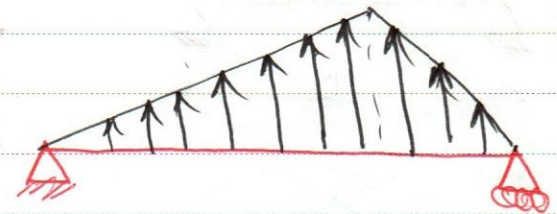
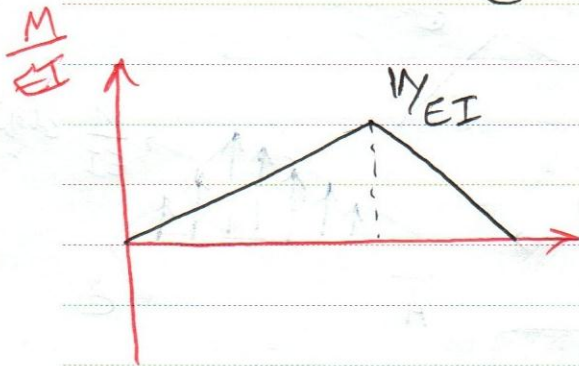
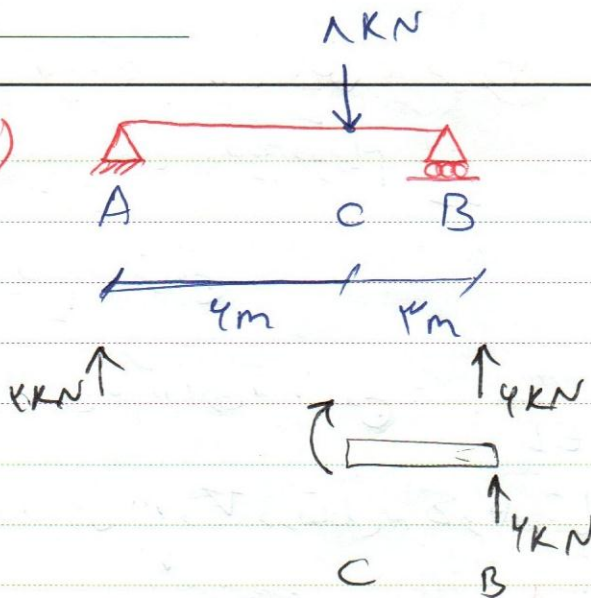
فاصله c به نسبت محاس به شده از B



Subject

Date

(مثال)



اگر M در دیگراهم مکان + بود باز گذارش روی

بالا می شود و برعکس.

$$\frac{dv}{dx} = w(x) \rightarrow$$

$$V = \int w(x) dx$$

$$M = \int \int w$$

$$\frac{d^2M}{dx^2} = w(x)$$

$$\theta \leftarrow \frac{dy}{dx} = \int \frac{M}{EI} dx \quad y = \int \int \frac{M}{EI}$$

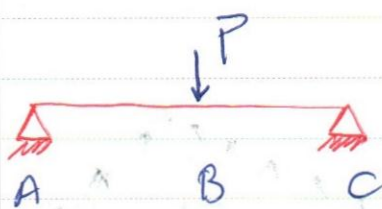
مرحله دوم به نام اجزای روش تیر مزدوج

۱- تحلیل تیر اصلی و ترسیم دیاگرام $\frac{M}{EI}$

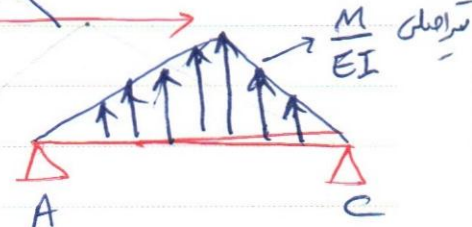
۲- ترسیم تیر مزدوج

۳- اعمال بارگذاری تیر مزدوج $\frac{M}{EI}$ در تیر اصلی

۴- محاسبه M و V در نقاطی که θ و δ در تیر اصلی خوانده شده است.



تیر مزدوج



در تیر مزدوج
مثبت θ

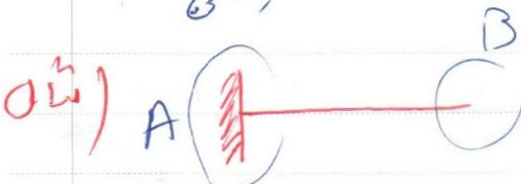
جهت بالا δ
در تیر مزدوج



قرار داده است در تیر مزدوج

طبق علامت $\pm$ است

مزدوج



$$A \begin{cases} \theta = 0 \rightarrow V = 0 \\ \delta = 0 \rightarrow M = 0 \end{cases}$$

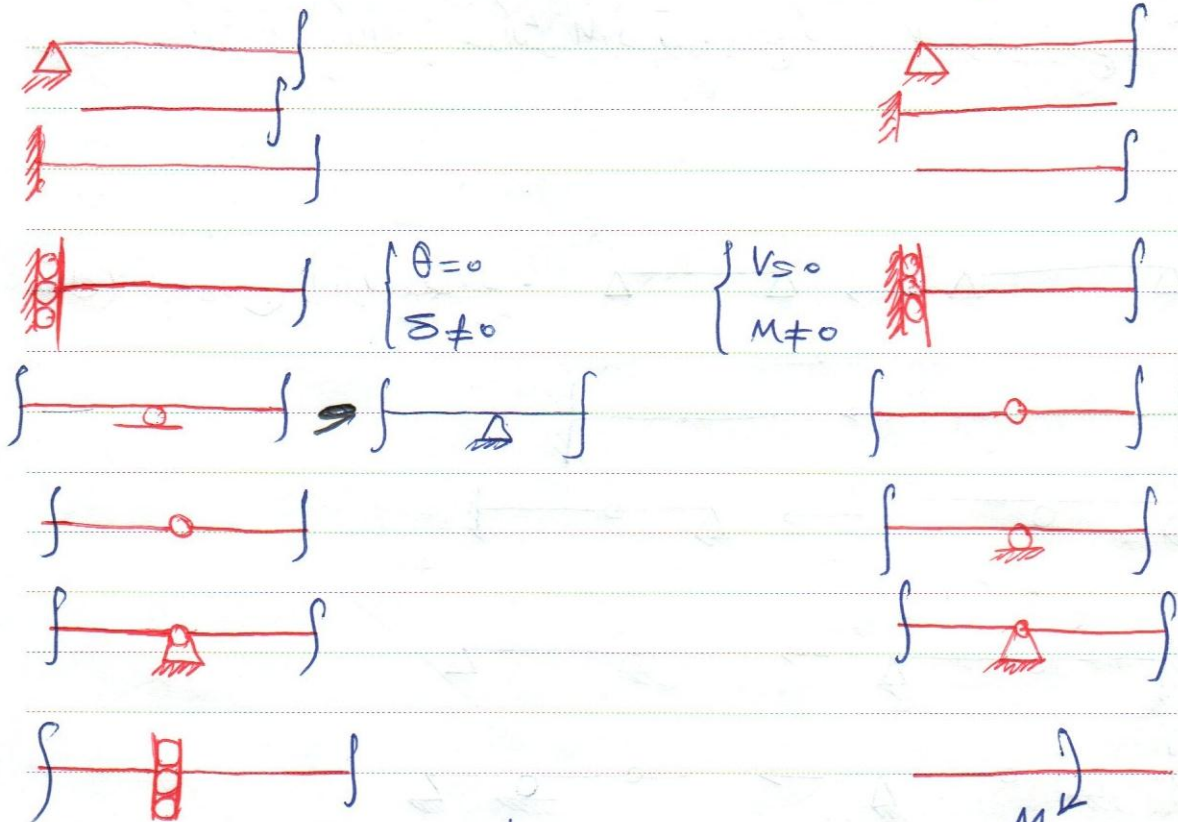
$$B \begin{cases} \theta \neq 0 \rightarrow V \neq 0 \\ \delta \neq 0 \rightarrow M \neq 0 \end{cases}$$

در سمت مزدوج باید یک طبقه
صلب قرار دهیم تا این شرط
برقرار گردد.

جدول تیرهای مزدوج

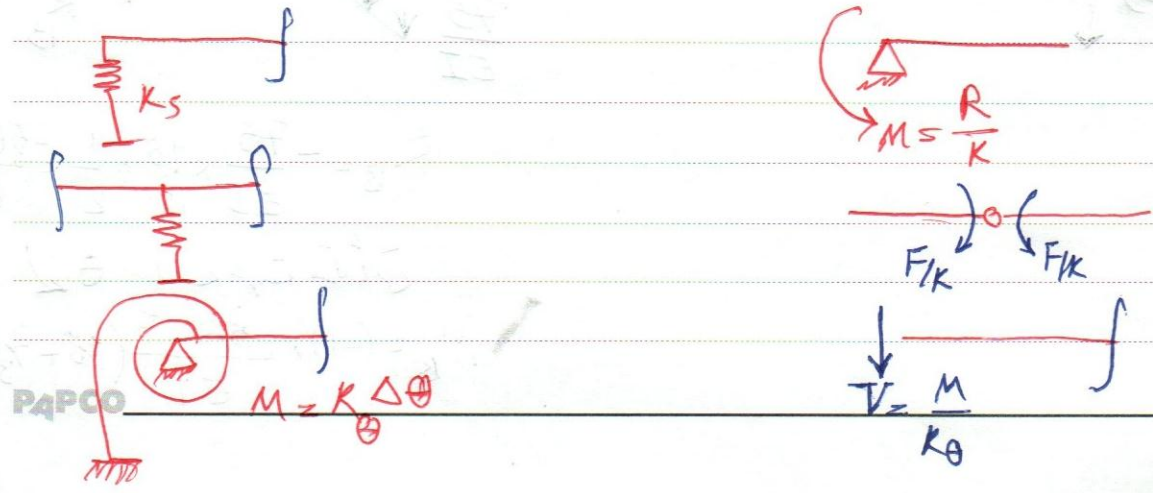
تیر اصلی

تیر مزدوج



در صورتی که در تیر اصلی $\theta_L \neq \theta_R$ به معنای آن است که در تیر مزدوج $V_L \neq V_R$ (یا $\theta_L \neq \theta_R$)
قائم یکسان نباشد

در صورتیکه در تیر اصلی $\delta_R \neq \delta_L$ به معنای آن است که در تیر مزدوج یک همان در آن نقطه داریم

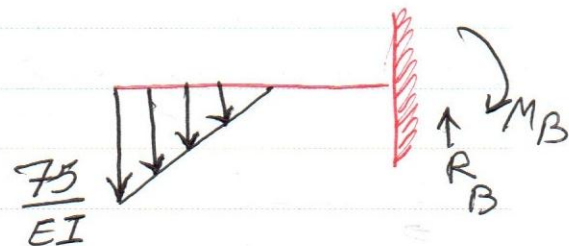
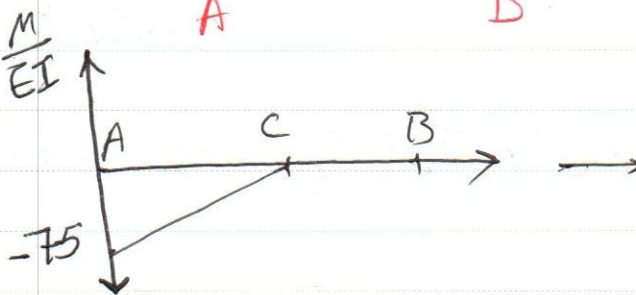


سوال) جدانشده تغییر مکان؟ جدانشده M در تیر مزدوج که $V=0$ در تیر مزدوج است

مثال) تیر مزدوج را ترسیم نماید.



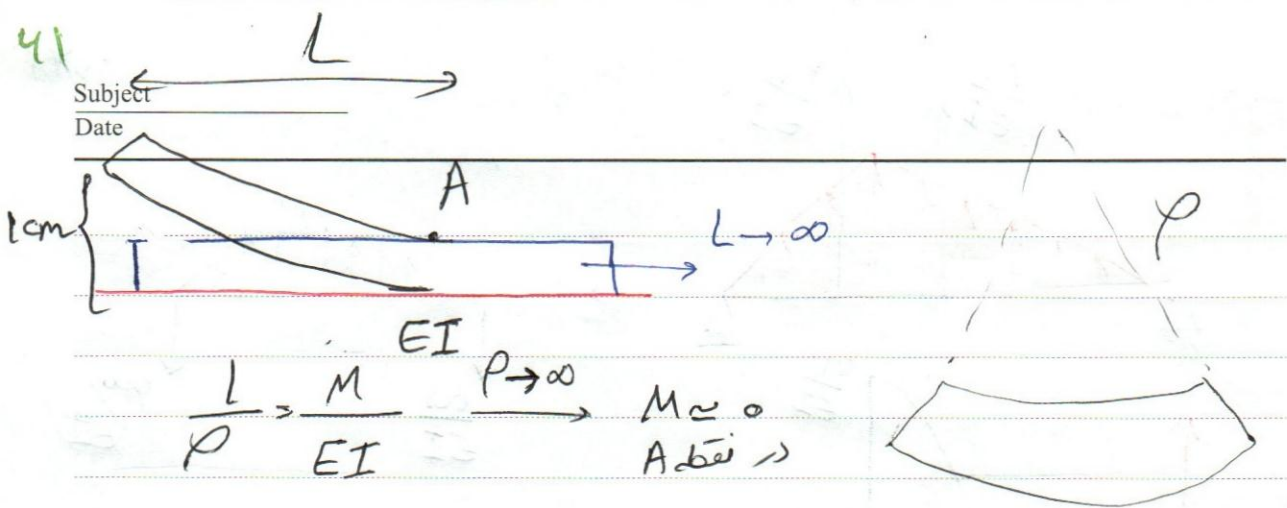
مثال) $\theta_A, \Delta_B = ?$



$$R_B = -\frac{75}{EI} \times 15 \times \frac{1}{2} = \frac{-562.5}{EI}$$

θ خلاف جهت مثبات

$$M_B = (-1) \times \frac{562.5}{EI} \left(15 + \frac{2}{3} \times 15 \right)$$



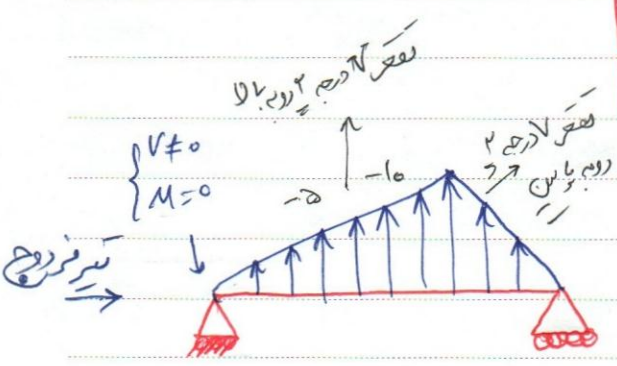
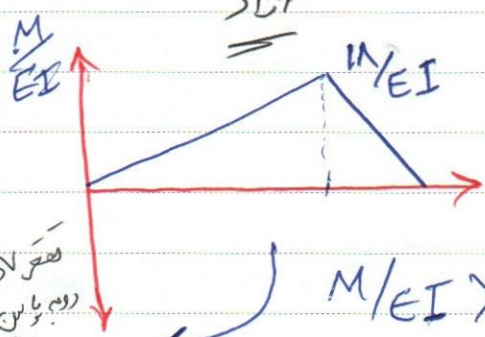
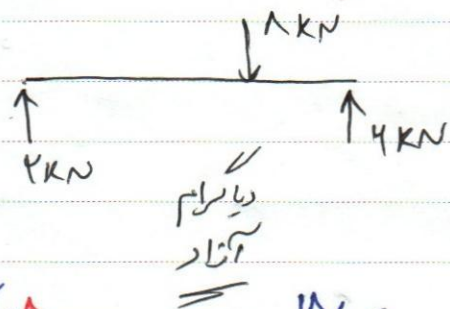
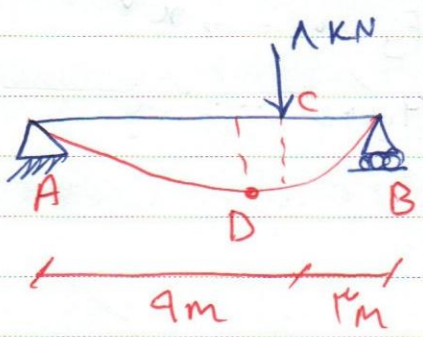
$$\frac{1}{P} = \frac{M}{EI} \xrightarrow{P \rightarrow \infty} M \approx 0 \text{ در نقطه A}$$

$$M_A = 0 \rightarrow PL = \frac{wL^2}{2} \rightarrow P = \frac{wL}{2}$$

وزن سیر در واحد طول

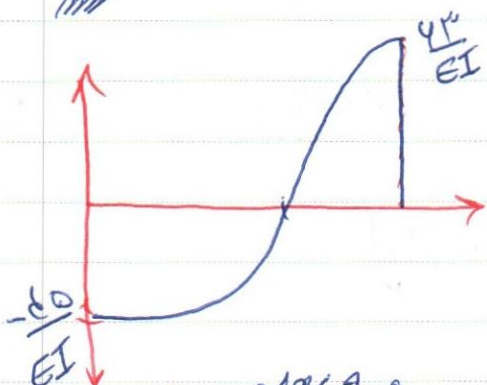
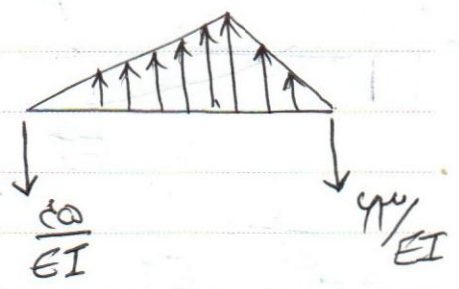
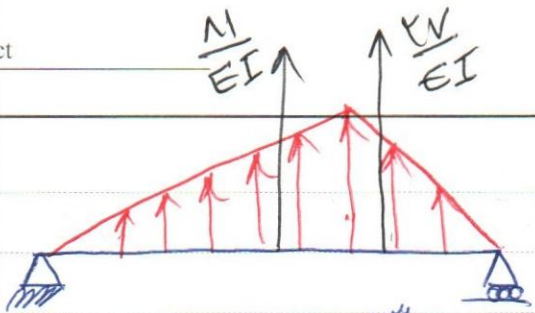
$$P \frac{L^2}{2EI} - \frac{wL^2}{6EI} = 1 \text{ cm}$$

حالت تعادل در سیر مقابل را بدست آورید.



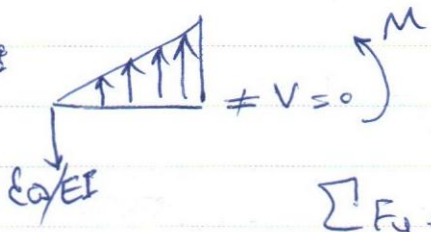
$M/EI > 0 \rightarrow$ بار مثبت بالا

$$\begin{cases} dv/dx = -w(x) \\ d^2v/dx^2 = -dw/dx \end{cases} \rightarrow \text{جهت تغییر}$$



سایرین نقطه ای
 $V=0$

• $0 < x < 9$

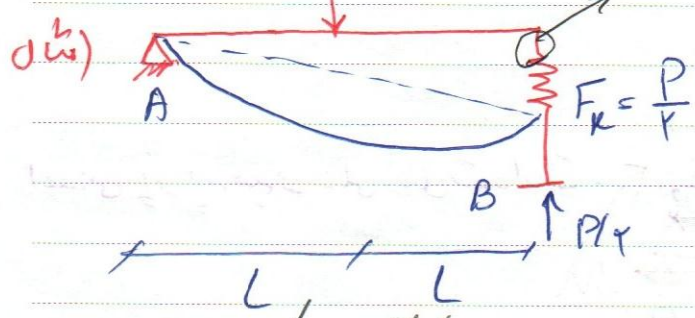
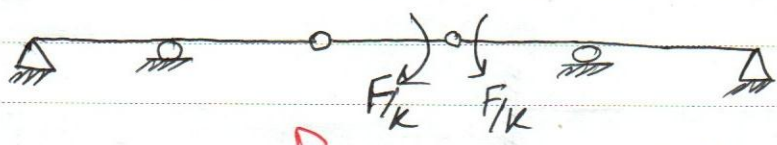
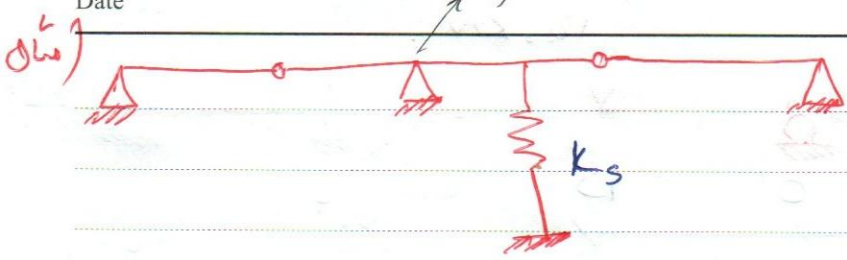


$$\sum F_y = 0 \rightarrow x \checkmark$$

• $0 < x < 9$ ← یک من شود

تاریخ

تاریخ

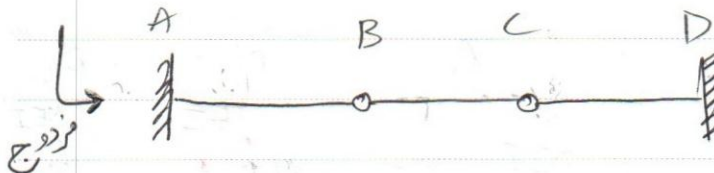
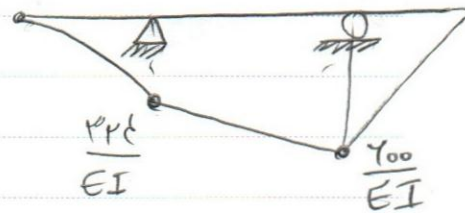
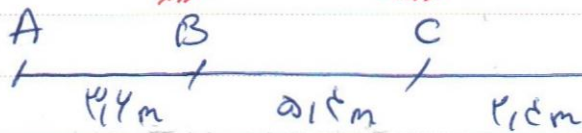
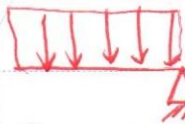


باز هم باید قیاساً دو قسمت کنیم یعنی اول و دوم که اگر مطالبه کنیم بین L و L جایی

نمای صفر می شود

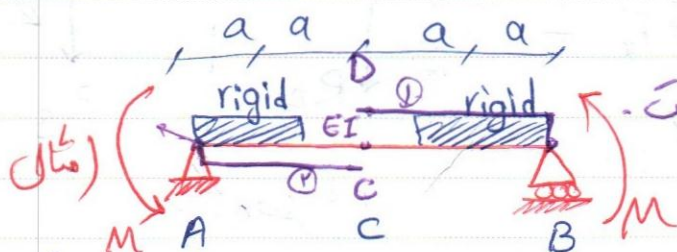
$q_0 \text{ KN/m}$

$P_0 \text{ KN}$

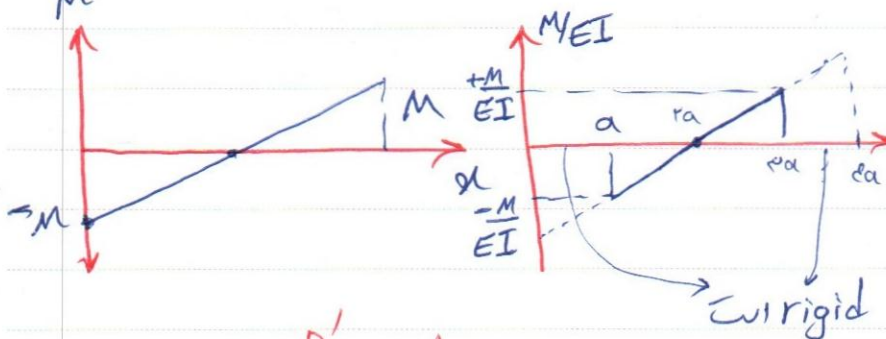


چون نیروی محوری را صفر فرض می‌کنیم این تیر در نقاط B و C

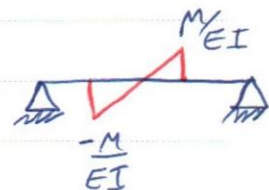
مکان صفر است و از این استفاده می‌کنیم.



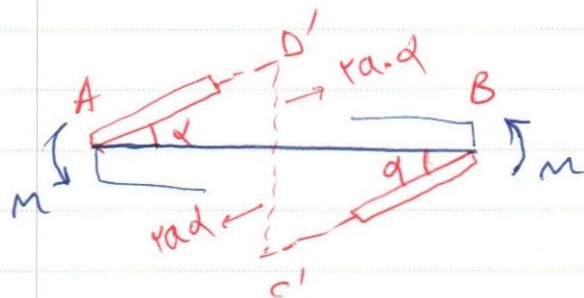
اعضای ۱ و ۲ به مبدی اصلی وصل شده است.



تیر فرج



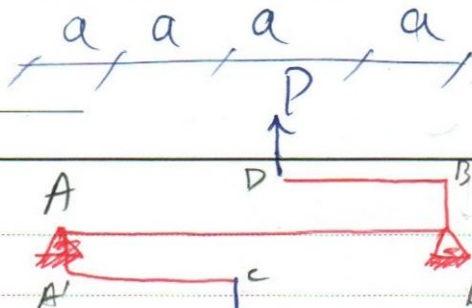
تیر فرج به همراه بارگذاری



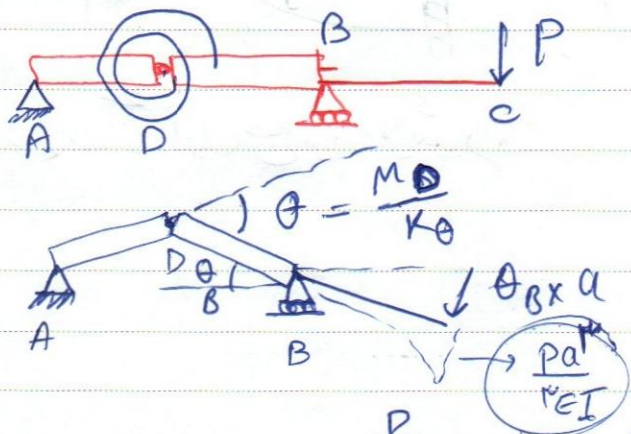
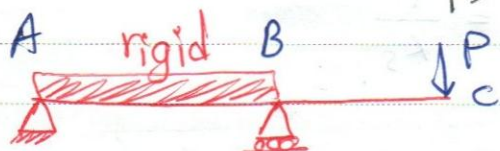
$$\delta_{C,D} = Pa \alpha$$

$$\alpha_A = \alpha_B$$

VIP



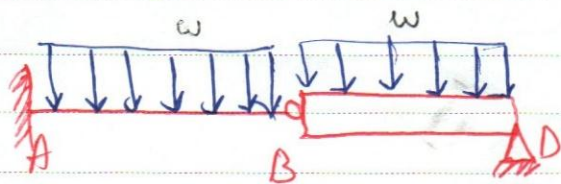
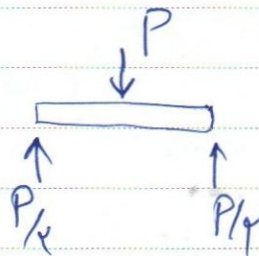
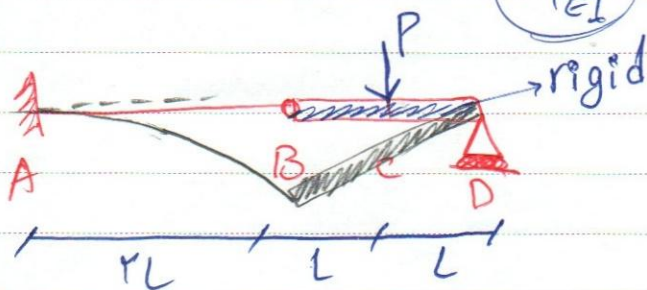
دو بار P در نقاط A و B اعمال وارد می‌شوند و در A و B در اثر مکان تغییر زاویه داریم و در خرد DB' و CA' هم خیز داریم که باید جمع کنیم.



$$* F = K \Delta$$

$$M = K_{\theta} \theta$$

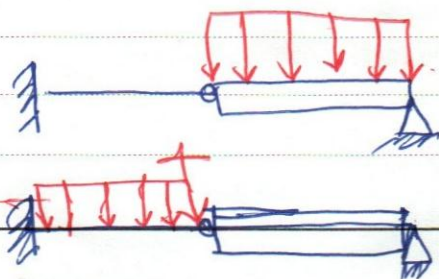
θ نسبت بین دو عضو



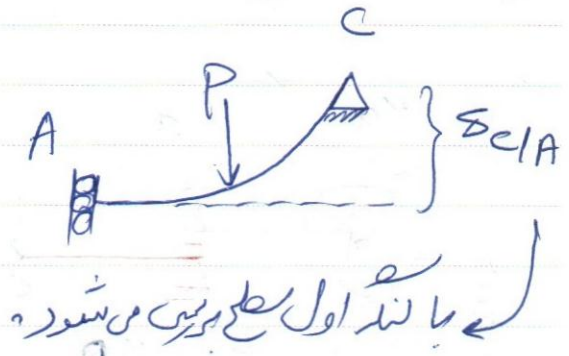
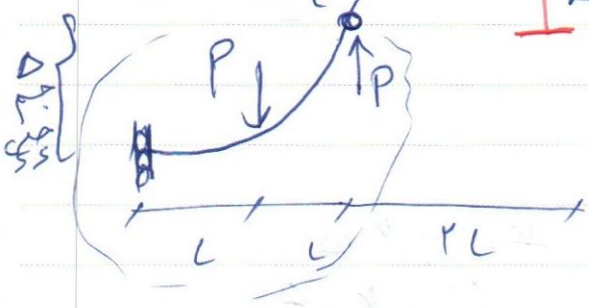
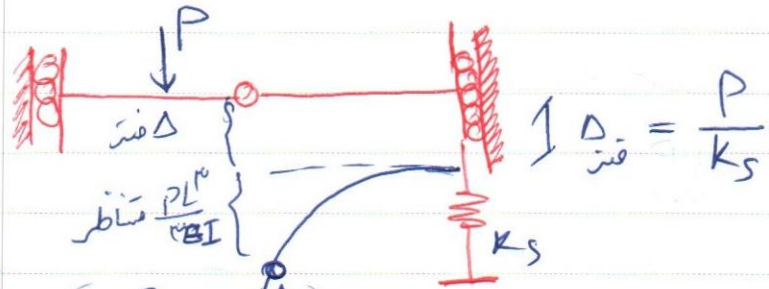
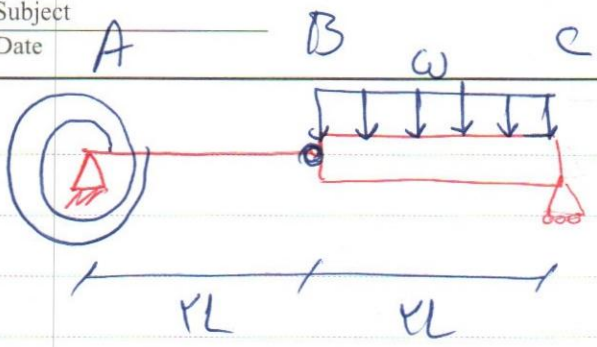
است
مستقیم

مقاومت، احتیاج در B

$$\frac{wL^4}{8EI}$$



Subject
Date



بالتد اول سطح برین من شود

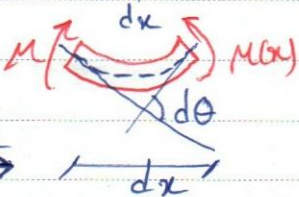
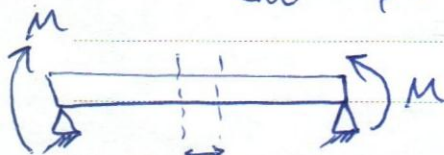
۱- بار واحد

۲- کینماتیک

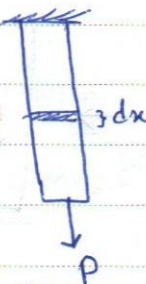
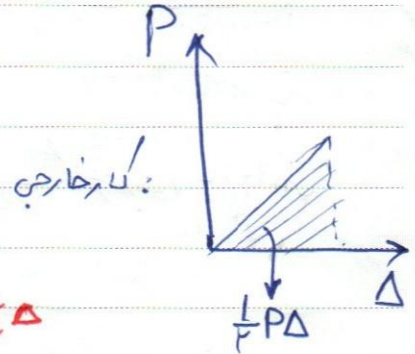
$$U_{\text{internal}} = U_{\text{external}}$$



$$U_{\text{ext}} = \frac{1}{2} M \theta$$

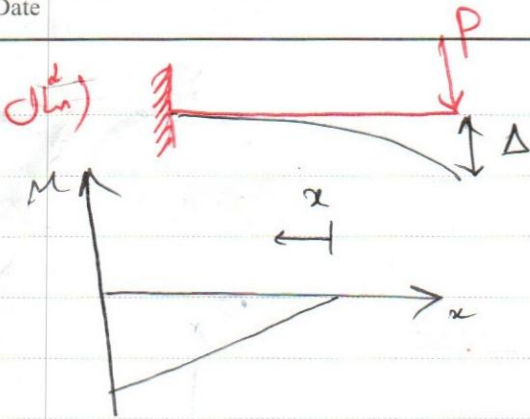


$$\int_0^L \frac{1}{2} M(x) d\theta = \int_0^L \frac{M^2 dx}{EI}$$



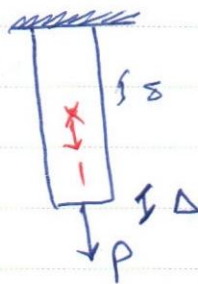
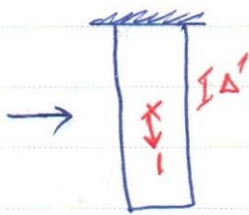
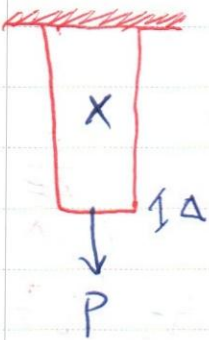
$$\int_0^L \frac{1}{2} \epsilon \epsilon dv = \int_0^L \frac{1}{2} \epsilon \epsilon A dx$$

$$= \frac{1}{2} \frac{P^2 L}{AE} \quad U_i = U_e \quad \Delta = \frac{PL}{AE}$$

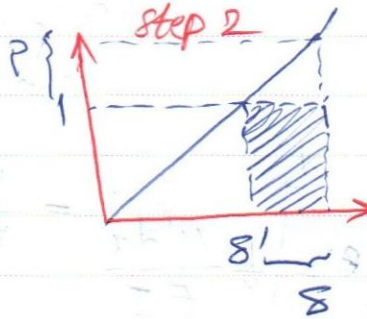
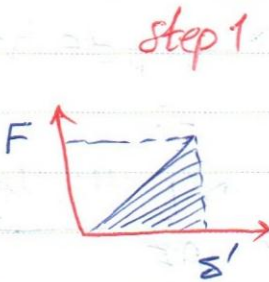


$$U' = \int_0^L \frac{1}{2} P \Delta' dx \rightarrow \frac{1}{2} P \Delta = \int_0^L \frac{1}{2} \frac{(-Px)^2}{EI} dx$$

$$\rightarrow \Delta = \frac{PL^3}{3EI} \checkmark$$



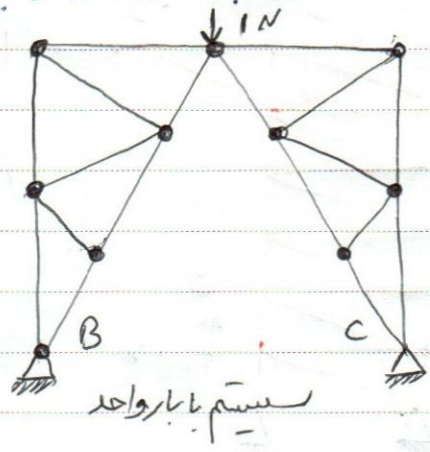
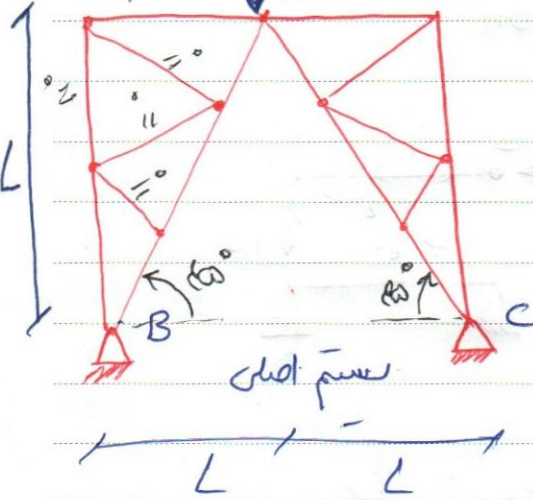
روش بار واحد



$$U_{ext} = \frac{1}{2} P \Delta + \int_0^L \frac{1}{2} \frac{P}{A} \frac{P}{AE} \cdot A dx$$

$$U_{int} = \int_0^L \frac{1}{2} \frac{P}{A} \frac{P}{AE} \cdot A dx = \int_0^L \frac{1}{2} \frac{P^2}{AE} dx$$

مثالی جابجایی نقطه‌ای تحت بارگذاری P را بدست آورید. مقاله

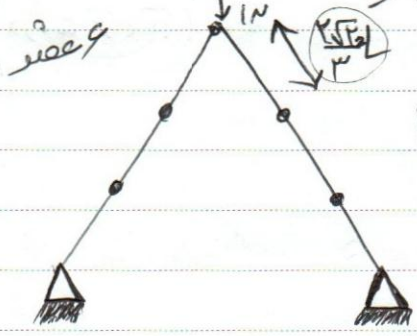


$$\sum V_A = ?$$

$$1 \times \sum V_A = \sum \left(n \times \frac{N L}{A E} \right)$$

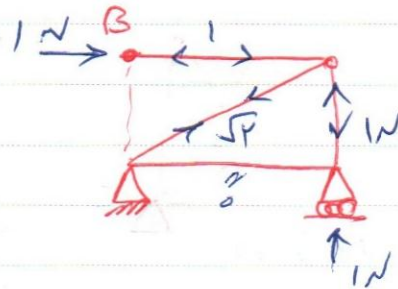
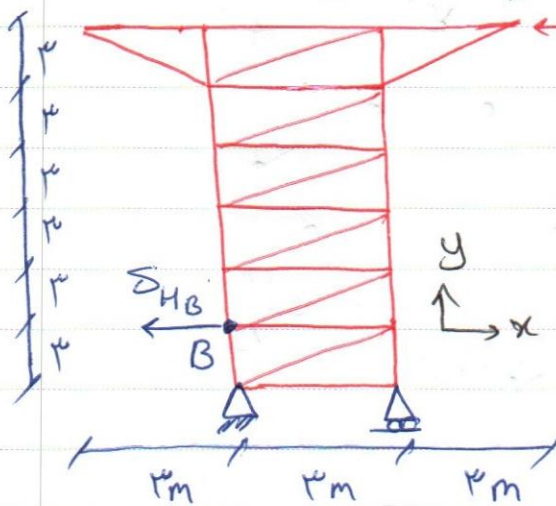
بارگی داخلی سازه اصلی $\downarrow$ بارگی سازه‌ی بابار واحد

حال باید سازه‌ی خنثی را تحلیل کنیم که ابتدا اعضای صفر نیروی را حذف می‌کنیم.



$$1 \times \sum V_c = 4 \times \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\left(\frac{P \sqrt{2}}{2} \right) \times \left(\frac{\sqrt{2} L}{3} \right)}{A E} \right]$$

مثال) تغییر مکان نقطه ی B را در سازه ی زیر بدست آورید.



سازه با بار واحد

(N)

سازه ی اصلی

(N)

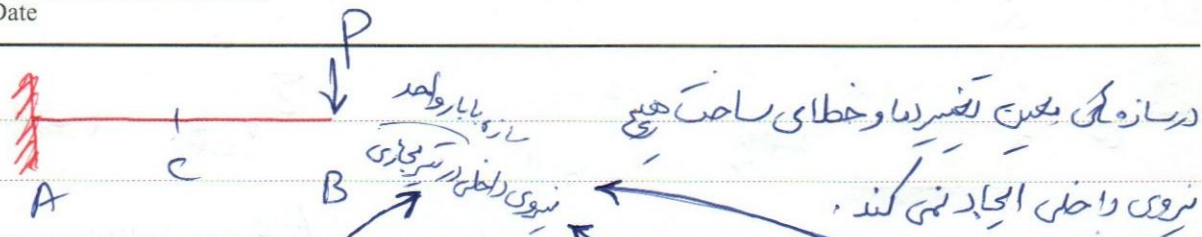
نیروهای داخلی
مجازی

$$1 \times \sum H_B = \sum_{i=1}^6 n \frac{NL}{AE}$$

$$\rightarrow 1 \times \delta_{HB} = - (1 \times 50) \times \frac{2}{AE} - (1 \times 50 \times \frac{2}{AE})$$

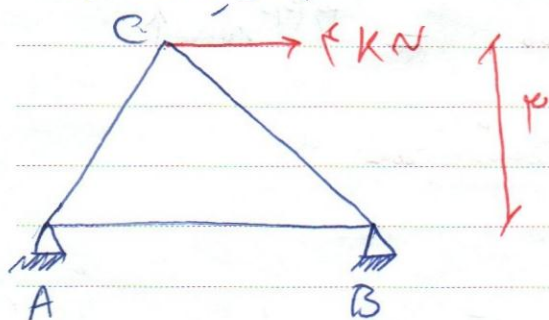
horizontal B

$$+ - (\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times 50) \times \frac{\sqrt{2}}{AE}$$



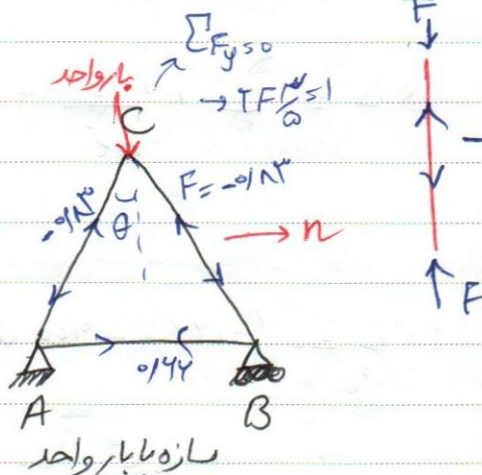
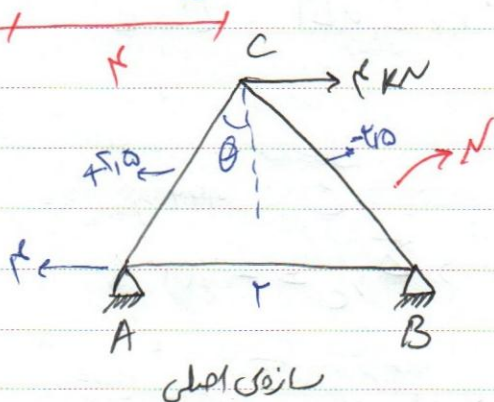
$$\Delta = \sum n \frac{NL}{AE} + \sum n \times L \alpha \Delta T + \sum n \Delta L + \dots$$

خطای سازه
تغییر طول در اثر دما
اثر نیروی داخلی



$$\Delta_{VC} = ?$$

مثالی

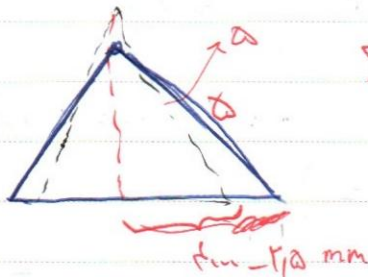


$$\Delta = \sum_{i=1}^n n_i \frac{N_i L_i}{AE}$$

$$\cos \theta = \frac{4}{5}$$

Member	N	L	nNL
AC	-10/15	5	-10/15
AB	+10/12	4	+10/12
BC	-10/15	5	-10/15
			10/12

$$\Delta = \frac{10/12}{EA}$$



$$\delta v_c = ? \quad (d\omega^2)$$

AB = 0 mm کوٹا

$$\Delta V_c = H'_1 - \mu_{\text{vac}} = \mu_{\text{Fermi}} \uparrow$$

$$H' = \sqrt{2000^2 - (f_{acc} - r_{\omega})^2}$$

$$\Delta = \sum \frac{nNL}{AE} + \sum n \alpha L \Delta T + \sum n \Delta L$$

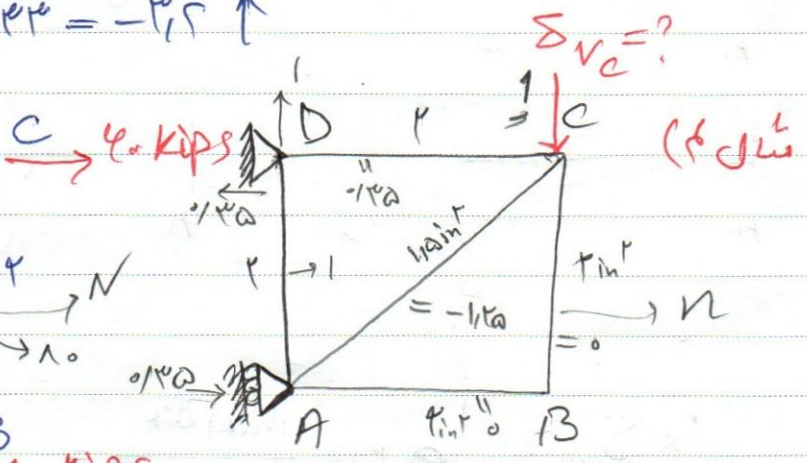
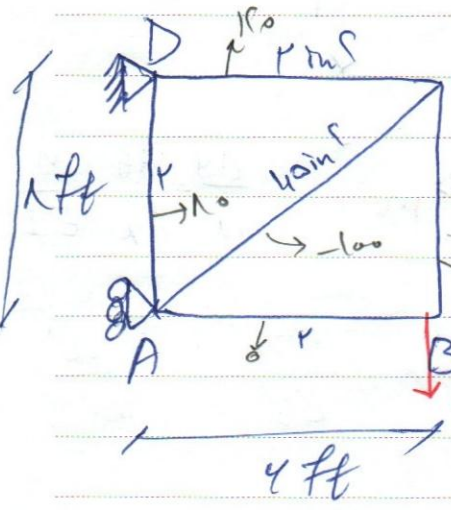
۸۱ واحد رمقا میں سوال
میں ۱۶۶ ابے

$$L \times \Delta_{V_C} = (0.144)(-0.002) \rightarrow \delta_{V_C} = -0.000288 \uparrow$$

چون بارو احد روپ پارس بود و ۸۰ مقل شدی روپ بالا است .

شکل ۳) در صورتی که بار زلزله داشته باشیم و هم خطای را حذف

$$\Delta_{VC} = \frac{1}{12} - \frac{1}{12} = -\frac{1}{12} \uparrow$$



حل/سوال

$$1 \times \Delta = \sum n \frac{NL}{AE} + \sum n \alpha \Delta T L$$

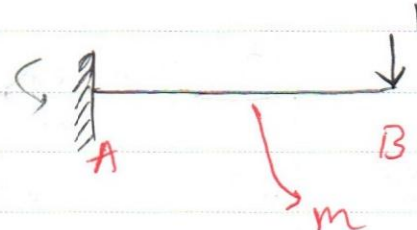
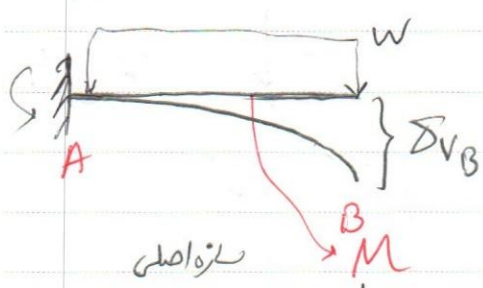
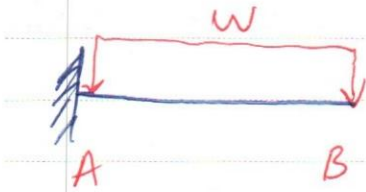
$$= \frac{1 \times 10 \times 12 \times (4 \times 12)}{2 \times 10^6 \times 2 \times 12} + \frac{1 \times 10 \times 12 \times 12}{2 \times 10^6 \times 2 \times 12} + \frac{-12 \times 10^{-6} \times 12 \times 12 \times 12}{12 \times 10^6 \times 2 \times 12}$$

$$+ 1 \times \frac{2}{4} \times 10^{-6} \times 12 \times 12 \times 12 = 0.00012$$

مجموع

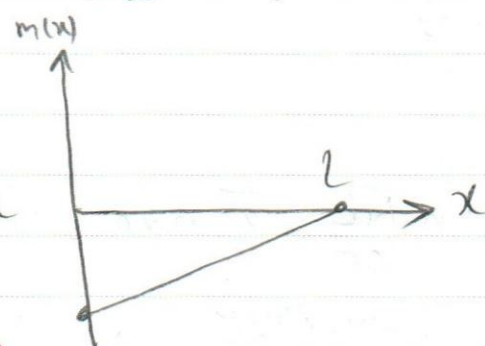
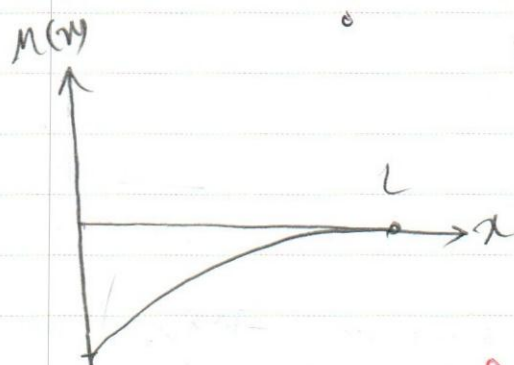
بار واحد در تیر

$$\delta V_B = ?$$



$$\frac{dy}{dx^2} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{M}{EI}$$

$$I \times \delta V_B = \int_0^L m(x) \frac{M(x) dx}{EI} = \int_0^L -x \times \frac{-wx}{EI} dx = \frac{wL^2}{2EI}$$



$$I \times \Delta = \int m(x) \frac{M(x) dx}{EI} + \int n(x) \frac{N(x) dx}{EA} + \dots$$

در تیر
نسبت تغییرات

اثر همان در تیر

اثر نیروی محوری

نیرو در سازه با بار واحد
نسبت تغییرات
اصلی

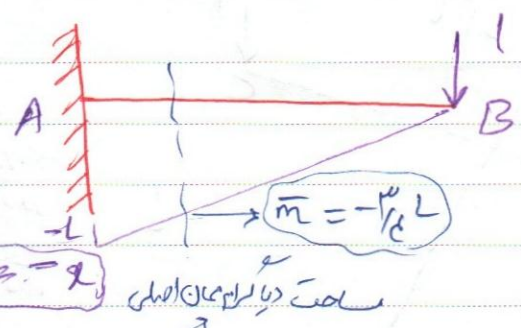
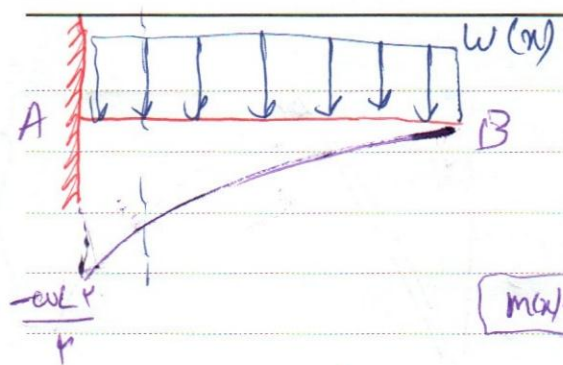
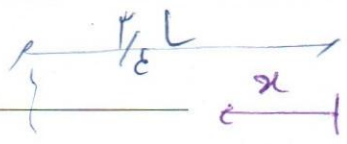
$$+ \sum F_s \frac{F_s}{K_s} + \sum m \frac{M}{K_\theta}$$

فشار انتقالی

فشار محوری
۲-۲

VSP

Subject _____
Date _____

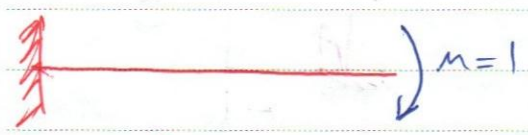


نقطه موثر $\times \rightarrow$
$$\int m \bar{m} \frac{w(x) dx}{EI} = A_m \frac{\bar{m}}{EI}$$

محاسبه در مرکز سطح $\rightarrow$
$$= -\frac{1}{L} \times L \times \frac{wL^2}{2} \times -\frac{L}{4} = +\frac{wL^4}{8EI}$$

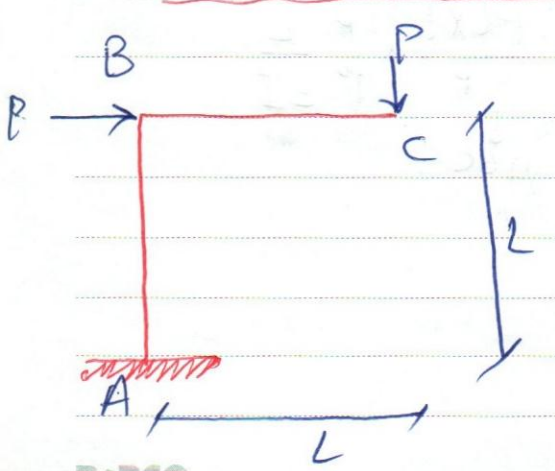
محاسبه در نقطه B $\rightarrow$

حال اگر تارابی نقطه B را بخواهیم بدست آوریم :



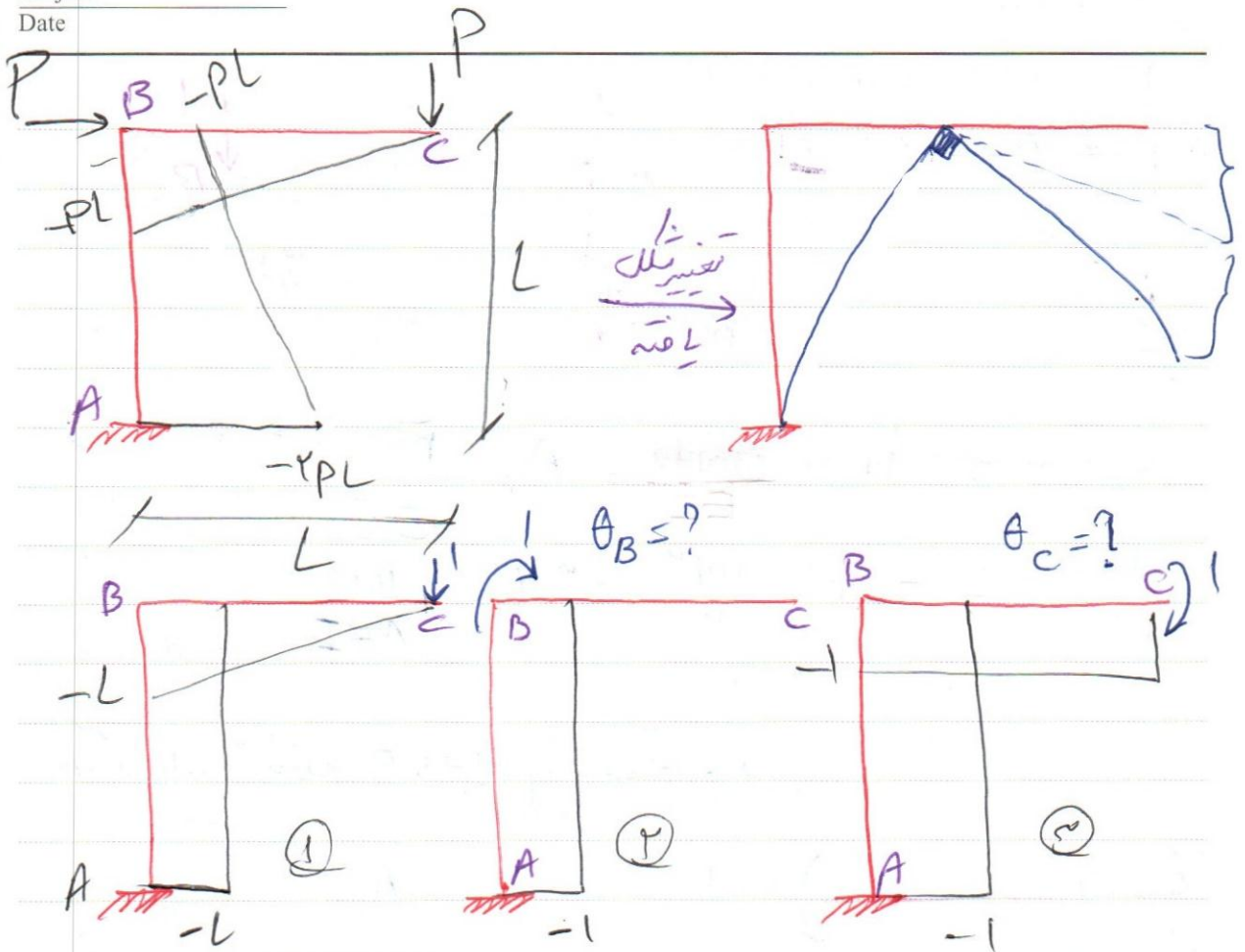
$$\int m \bar{m} \frac{M(x) dx}{EI} = \frac{A_m \bar{m}}{EI} = \left[-\frac{1}{L} \times L \times \frac{wL^2}{2} \right] \times -1$$

$$= \frac{wL^4}{4EI}$$



مثال قالب ($\Sigma v_c = ?$
 $\theta_B = ?$
 $\theta_c = ?$)

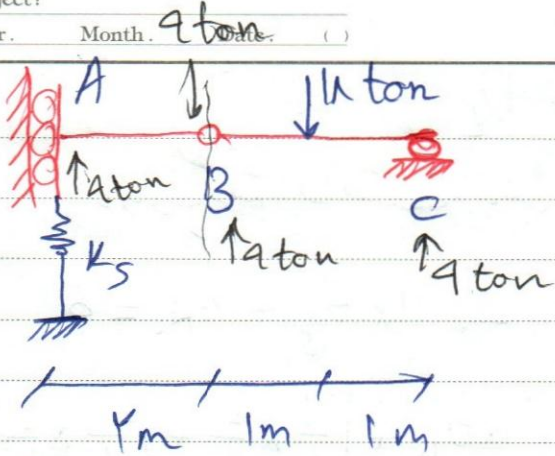
$$\theta = \int m \frac{M}{EI}$$



① برای عضو ۱

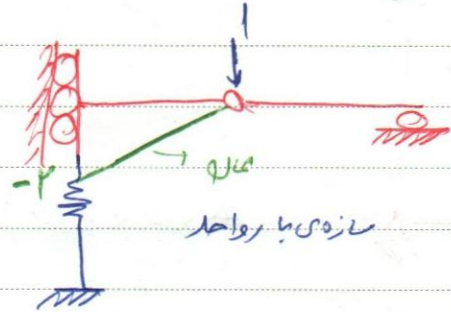
$$\begin{aligned}
 L \times \sum V_c &= A_m \frac{\bar{m}}{EI} \\
 &= \left(\frac{PL + 2PL}{2EI} \right) \times L \times L + \left(\frac{PL \times L}{2} \right) \times \frac{1}{2} \times \frac{L}{EI}
 \end{aligned}$$

$\bar{m}_{AB}$ $\bar{m}_{BC}$
 A_m^{AB} A_m^{BC}

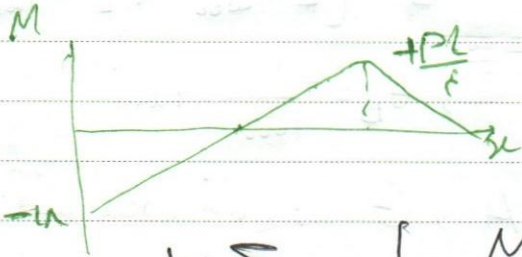


$$\delta_B = ?$$

مثال نمر ۱



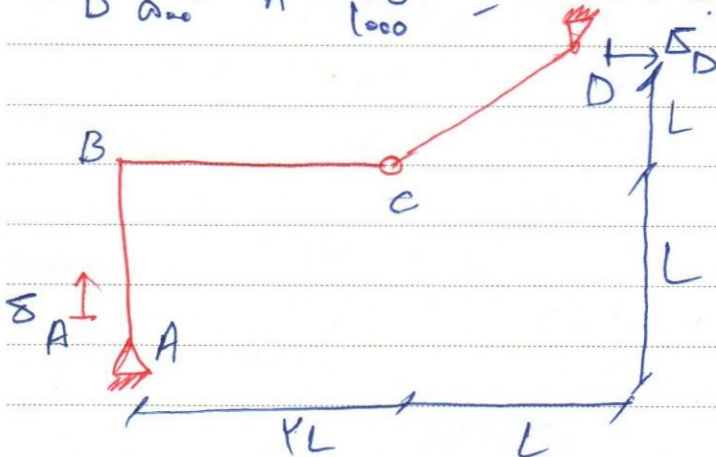
سازه با روابط



$$1 \times \delta_B = \int m \frac{M}{EI} + \int \frac{F_s}{k} \quad \left(\frac{A}{M} \right) \quad \left(\frac{m}{M} \right)$$

$$= A_M \frac{\bar{m}}{EI} + 1 \times \frac{4}{k_s} = \frac{(-1 \times 2)}{2EI} \times \left(\frac{2 \times 2}{3} \right) + \frac{4}{k_s}$$

مثال ۲ مقدار دوران گوی B بر اثر نشست گوی A و D
 $\delta_D = \frac{L}{\alpha_{\text{نوع}}}$ و $\delta_A = \frac{L}{\alpha_{\text{نوع}}}$



$$n = 3k + 2r - (G + P)$$

معادلات $n = 0 \rightarrow$

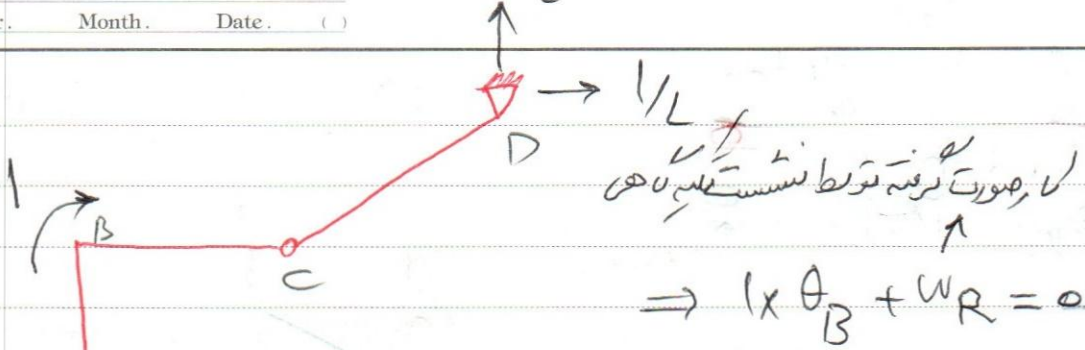
در این سازه ۳ گوی و ۲ رکن و ۱ گوی داریم

طرح در سازه ایجاد نمی کند

Subject :

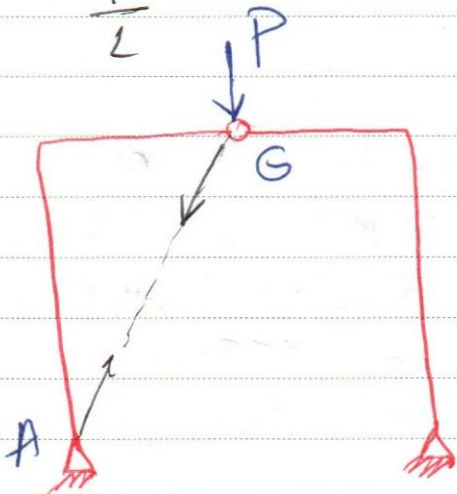
Year . Month . Date . ()

$$\delta_A = \frac{L}{1000} \quad \delta_D = \frac{L}{2000} + \frac{1}{L}$$



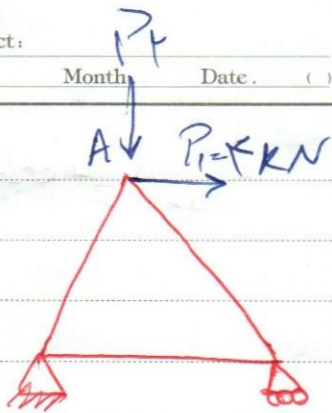
ساده با بار واحد () $\rightarrow 1 \times \theta_B + \left[\frac{1}{L} \times \frac{L}{2000} + \left(-\frac{1}{L} \times \frac{L}{1000} \right) \right]$

$$\rightarrow \theta_B = -\frac{1}{1000} \text{ (rad)}$$



تغییر مکان نسبی A و G

قصر با سستیلان



۱- محاسبی انرژی

$$U = \sum N_i \frac{N_i L_i}{AE} \times \frac{1}{2} = \sum \frac{N_i^2 L_i}{2 A_i E_i}$$

انرژی

$$\frac{\partial U}{\partial P_1} = \sum_{\text{Horizontal}}$$

$$\frac{\partial U}{\partial m} = \theta$$

برای سیر

نیروی وارده

$$\frac{\partial U}{\partial P_2} = \sum_{\text{vertical}}$$

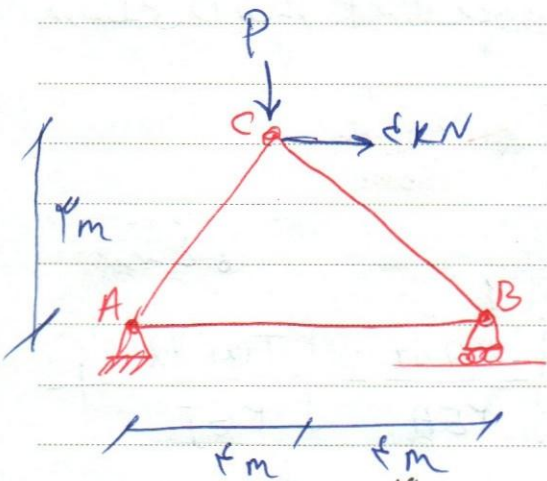
$$\delta_{v_c} = ?$$

تأثیر

$$U = \sum \frac{N_i^2 L_i}{2 EA}$$

$$\Rightarrow \delta_{v_c} = \frac{\partial U}{\partial P}$$

استاتیست



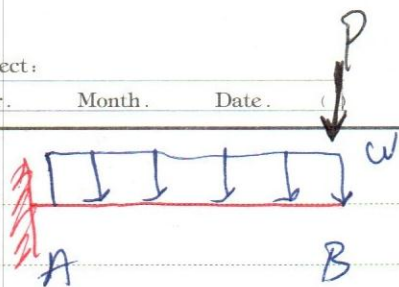
$$\rightarrow \frac{\partial U}{\partial P} = \sum_{i=1}^n N \frac{\partial N}{\partial P} \times \frac{L}{AE} = 10.4 \text{ kV} \times \frac{1}{AE} \checkmark$$

	N	$\frac{\partial N}{\partial P}$	N(P=0)	L	$N \frac{\partial N}{\partial P} \times L$
AB	$4.4P + 2$	0.44	2	4	
AC	$4.2 \times 10^3 P$	-0.42	2.1×10^3	4	
BC	$-(4.4 + 1.4P)$	-0.44	-2.1×10^3	4	

$$\sum = 10.4 \text{ kV}$$

Subject:

Year: Month: Date:

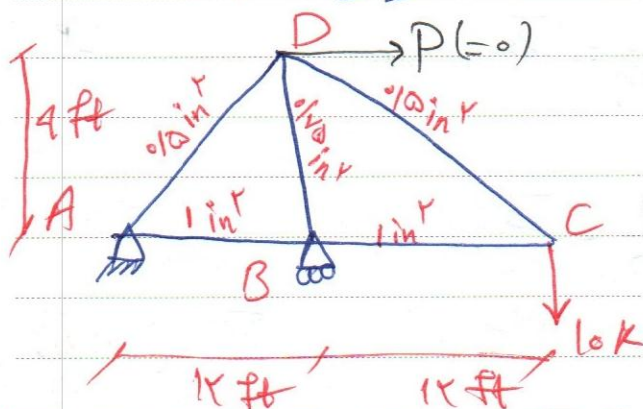


$$\delta_B = ?$$

برای تیر داریم

$$U(P) \rightarrow \delta_{Bv} = \frac{\partial U}{\partial P}$$

$$\downarrow \int \frac{M(x)^2 dx}{2EI}$$



$$\delta_{HD} = ?$$

در نقطه D یک بار P به راست وارد می کنیم

مثال کتاب Hibler

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial P} = \delta \\ \frac{\partial U}{\partial m} = \theta \end{array} \right.$$

مان در عضو

نیروی محوری

در تیر

$$U = \int \frac{M(x)^2 dx}{2EI} + \int \frac{N(x)^2 dx}{2EA} + \int \frac{T(x)^2 dx}{2GJ} +$$

↓
تورسیون
-s

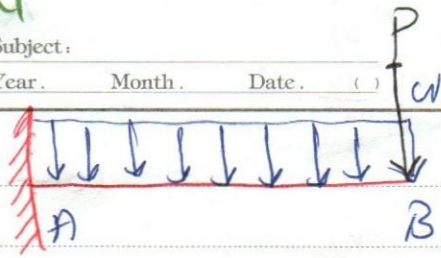
$$+ \frac{F^2}{2KS} + \frac{M^2}{2K\theta}$$

↓
فشار انتقالی
↓
فشار محوری
-s

11

Subject:

Year. Month. Date. ()



$$\Delta V_B = ?$$

(مثال)

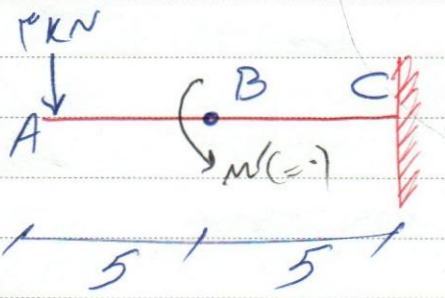
$$V = \int \frac{M(x)}{EI} dx \xrightarrow{\frac{\partial u}{\partial P} = \Delta V_B} \Delta V_B = \int_0^L M(x) \frac{\partial M}{\partial P} \frac{dx}{EI}$$

$$M(x) = -Px - \frac{wx^2}{2} \rightarrow \frac{\partial M}{\partial P} = -x$$

$$\rightarrow \Delta V_B = \int_0^L \left(-\frac{wx^2}{2} \right) x (-x) \frac{dx}{EI} = \frac{wL^4}{16EI}$$

چون در جهت P و بار w هم جهت است.
پس علامت مثبت است.

تغییر در جفت گشتاد



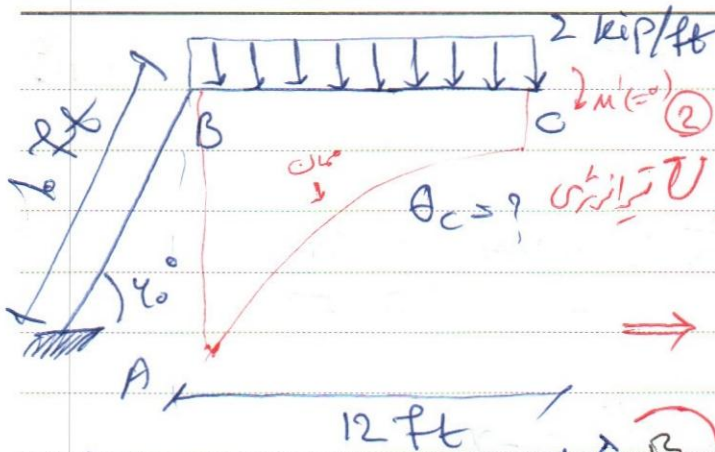
$$\theta_B = ? \quad (\text{مثال})$$

Subject:

Year: Month: Date: ()

$$\textcircled{1} \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial p} = \delta \\ \frac{\partial u}{\partial m} = \theta \end{cases}$$

12



$$U = \int \frac{M(x)^2 dx}{2EI} + \int \frac{V(x)^2 dx}{EA} + u$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\partial U}{\partial m'} = \int M(x) \frac{\partial M}{\partial m'} \frac{dx}{EI}$$

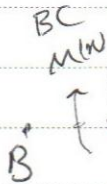
AB :

$$\begin{cases} M(x) = -m' - 10x \\ \frac{\partial M}{\partial m'} = -1 \end{cases}$$



BC :

$$\begin{cases} M(x) = -m' - x^2 \\ \frac{\partial M}{\partial m'} = -1 \end{cases}$$



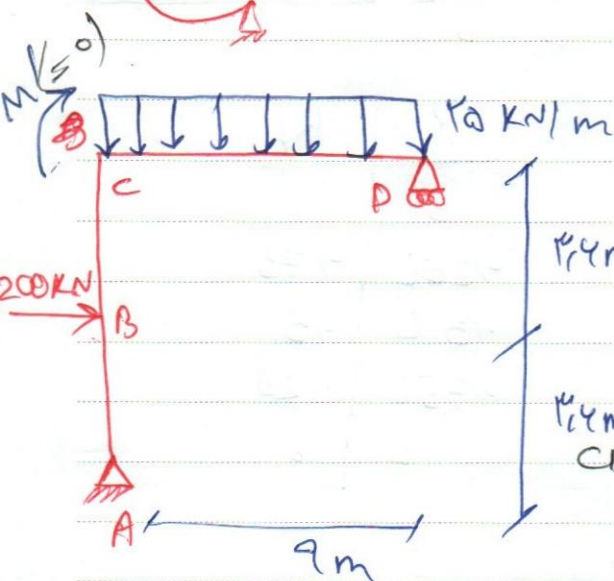
$$\Rightarrow \theta_c = \frac{\partial U}{\partial m'} = \int M(x) \frac{\partial M}{\partial m'} \frac{dx}{EI}$$

$$= \int_0^{10} (10x + 10x) \frac{dx}{EI} + \int_0^{12} x^2 \frac{dx}{EI} = \checkmark$$

↓
AB member

↓
BC member

روش استیلانو برای عضو دایره ای استفاده می گردد.

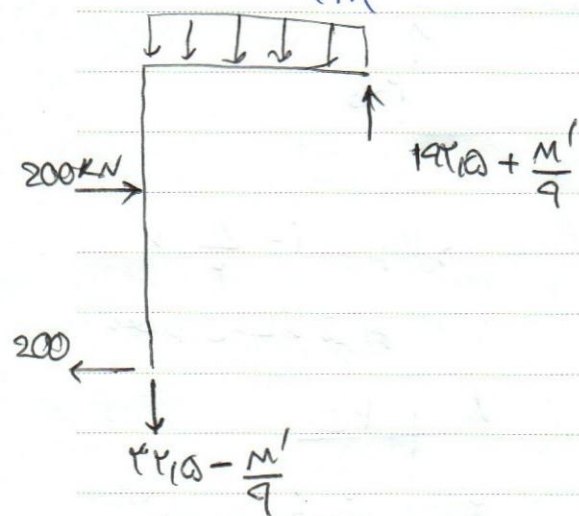


مثالی $\theta_c = ?$

$$\theta_c = \frac{\partial U}{\partial M'} = \int M(x) \frac{\partial M}{\partial M'} \frac{dx}{EI}$$

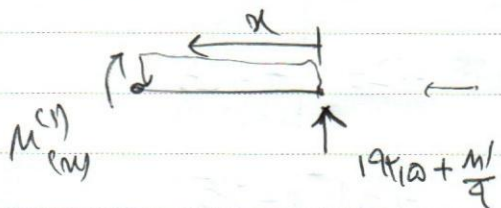
چون در نقطه B بار 200 kN داریم باید هم بار

3 قسمت تبدیل کنیم و نهایتاً می شود AB، BC و CD



$$AB = \begin{cases} M_{(x)} = +200x \\ \frac{\partial M}{\partial M'} = 0 \end{cases} \quad \times$$

$$BC = \begin{cases} M_{(x)} = 720 \\ \frac{\partial M}{\partial M'} = 0 \end{cases} \quad \times$$



$$CD = \begin{cases} M_{(x)} = (192 + \frac{M'}{9})x - \frac{20x^2}{2} \\ \frac{\partial M}{\partial M'} = x/9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \theta_c = \frac{\partial U}{\partial M'} = \int_0^9 \left[\left(192 + \frac{M'}{9} \right) x - \frac{20x^2}{2} \right] \frac{x}{9} \frac{dx}{EI} = \frac{294136}{EI}$$

Subject:

Year:

Month:

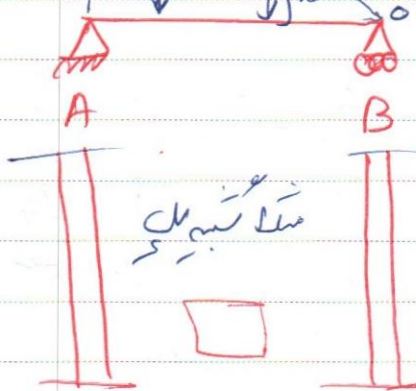
Date:

خطای

A

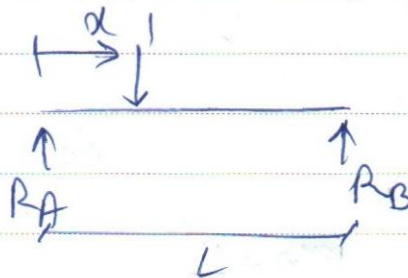
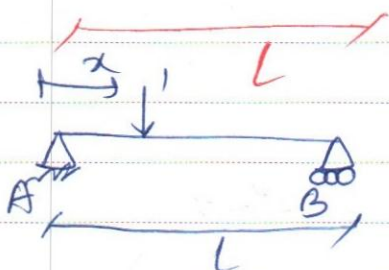
(x)

خطای



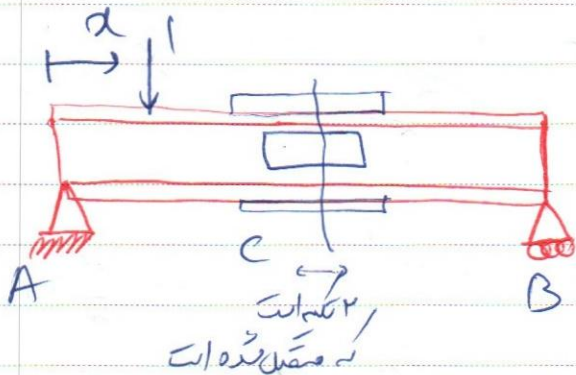
خطای

X	RA
0	1
0.25L	0.75
0.5L	0.5
0.75L	0.25
L	0

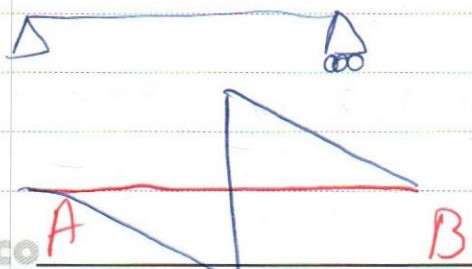


$$\sum M_B = 0 \rightarrow R_A \times L = 1 \times (L - x) \rightarrow R_A = 1 - \frac{x}{L} \checkmark$$

خطای



x	Vc
0	0
0.25L	-0.25
0.5L	-0.5
0.75L	+0.5
L	0



V

تفاوت بین خطای اثر و دایگرام همان

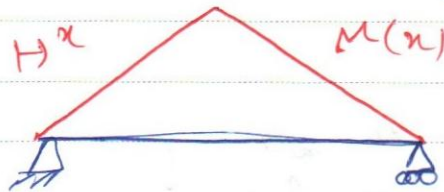
۱- دایگرام همان برای بار ثابت است اما در خطای اثر بار متغیر نیست.

۲- در خطای اثر، واکنش در یک نقطه خاص خواهیم داشت.

$H \times$



خطای اثر



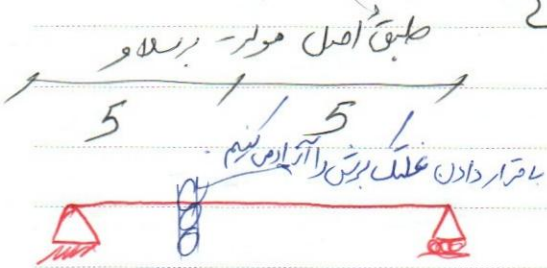
همان

نسبت آوردن مؤثری خطای اثر



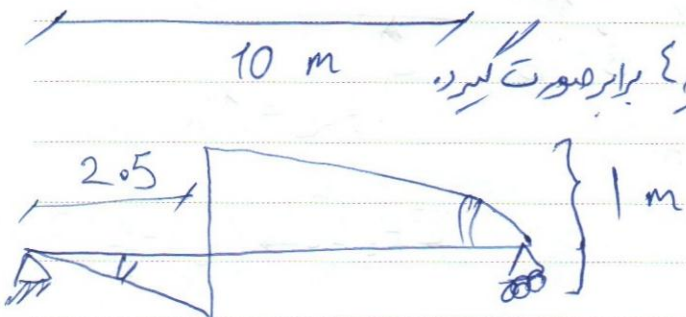
مثال $By = ?$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow 1 \times x = By \times 5 \rightarrow By = \frac{x}{5}$$



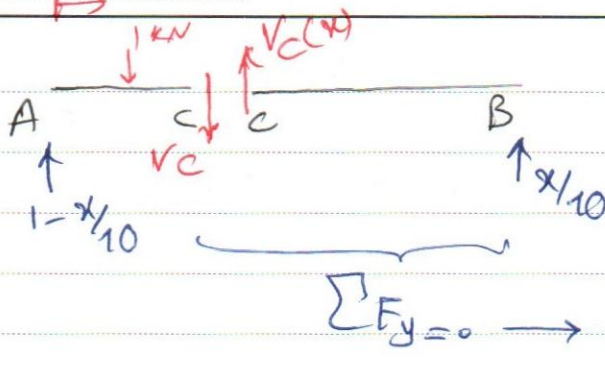
خطای اثر برش

باید جابجایی به نحوی باشد که تغییر زاویه برابر صورت گیرد.

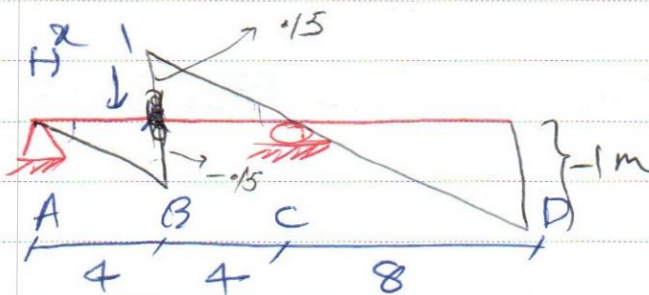
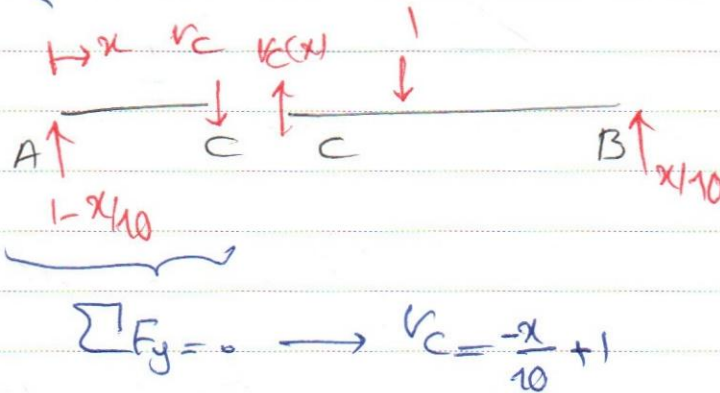


$$0 \leq x \leq 2.5$$

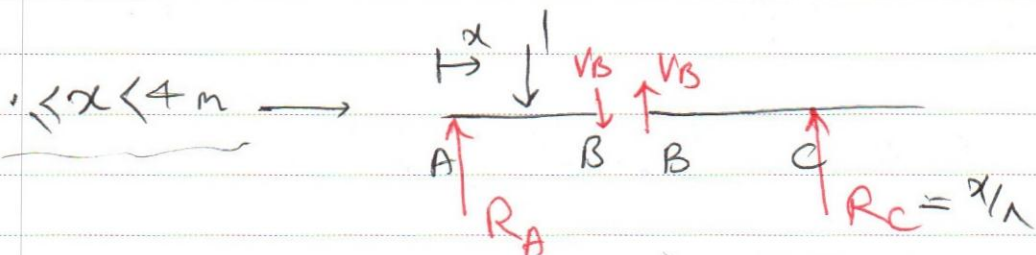




$$2.5 \leq x \leq 10$$



شکل خط تأثیر برش در B



برای بازه $0 < x < 4$
شکل حالت قبلی

$$\sum F_y = 0 \rightarrow V_B = -\frac{x}{10}$$

Subject:

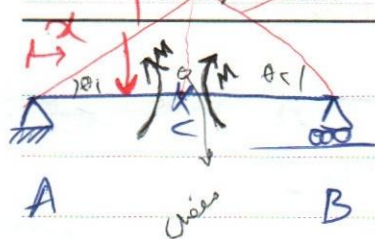
Year:

Month:

Date:

()

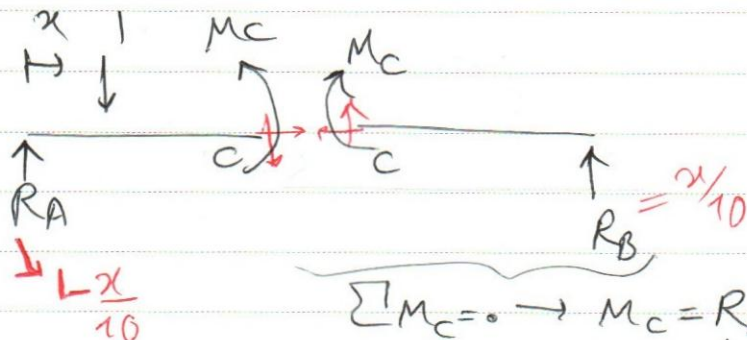
$$1 \text{ rad} = \theta_1 + \theta_2$$



مثال ۱ خط تأثیر مکان در C

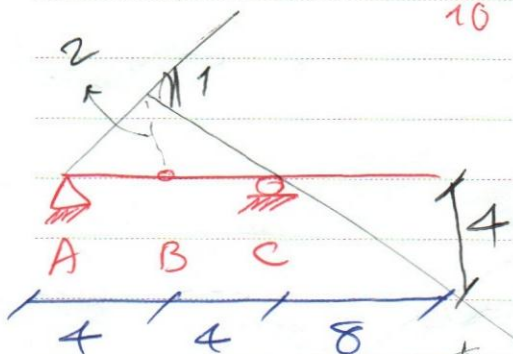
10 m

• $\theta_1 \leq 5$:

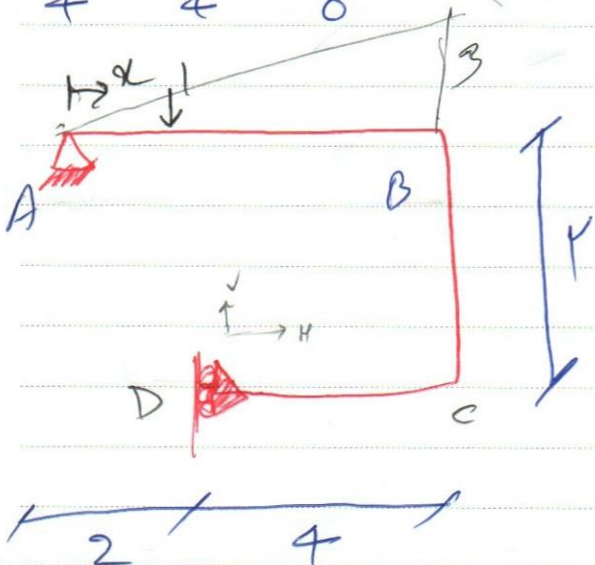


$$\sum M_C = 0 \rightarrow M_C = R_B \times 5 = \frac{x}{2}$$

مثال ۲ خط تأثیر مکان در B ؟



مثال ۳ خط تأثیر D_H ؟



$$\sum M_A = 0 \rightarrow$$

$$1 \times x = D_H \times 2$$

$$\Rightarrow D_H = \frac{x}{2}$$

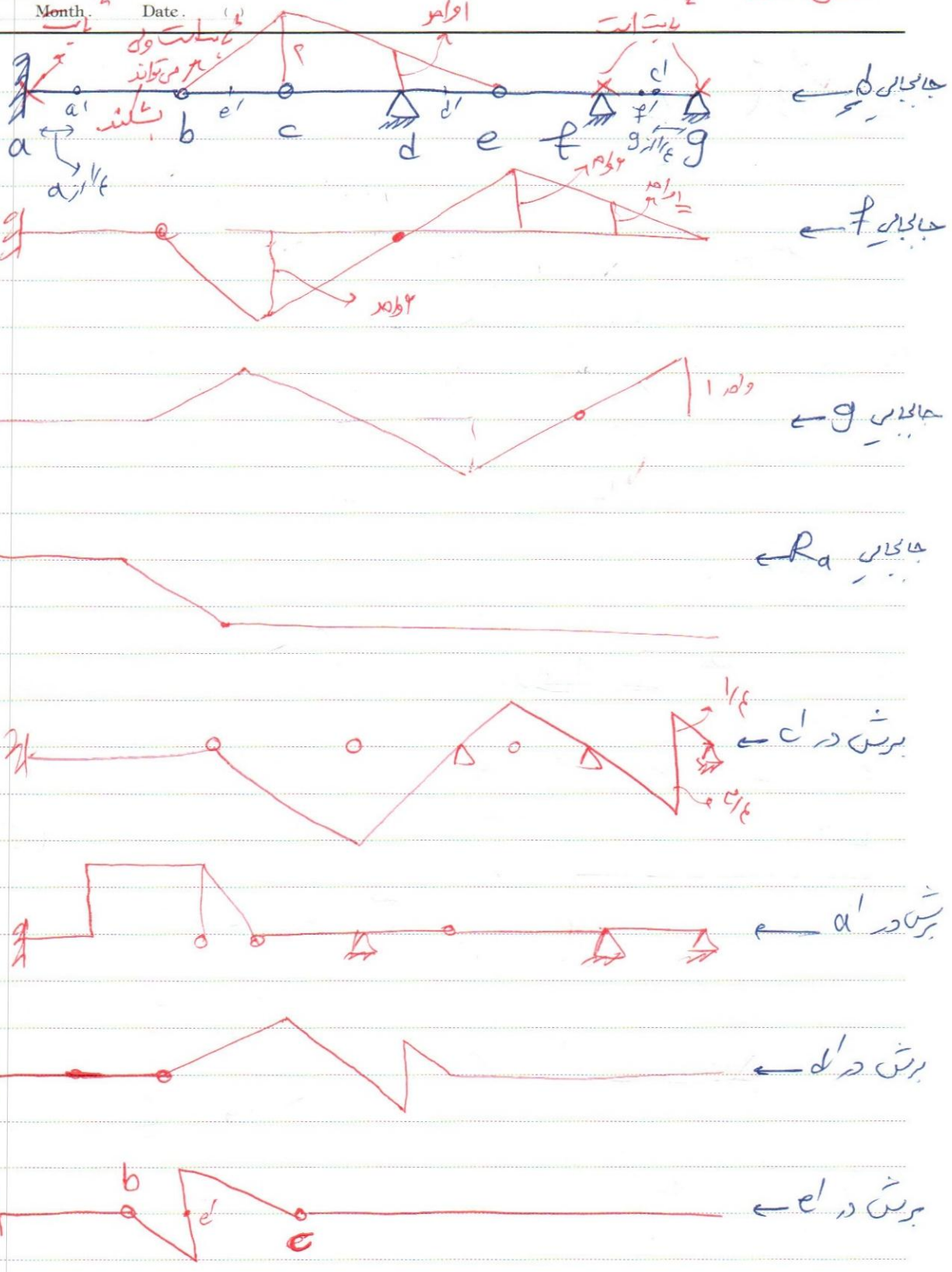
۱۸ گسش دارای خط تأثیر منفی است و فشار دارای خط تأثیر مثبت است.

Subject:

Year:

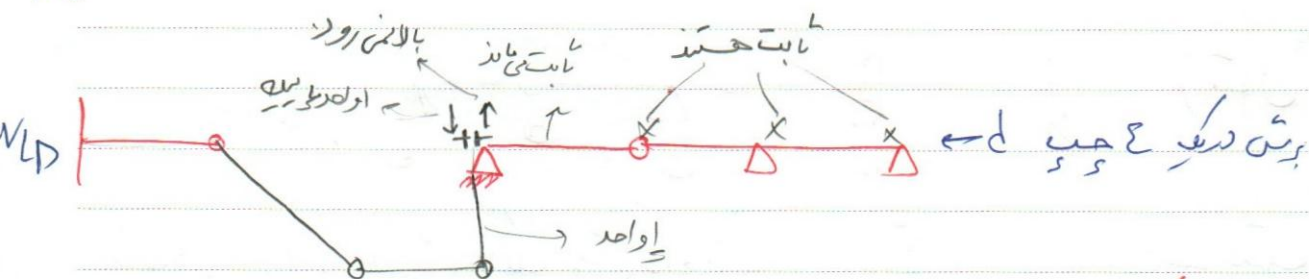
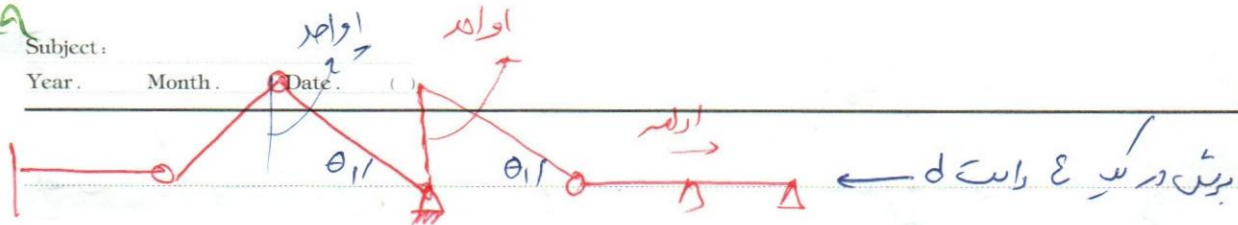
Month:

Date:

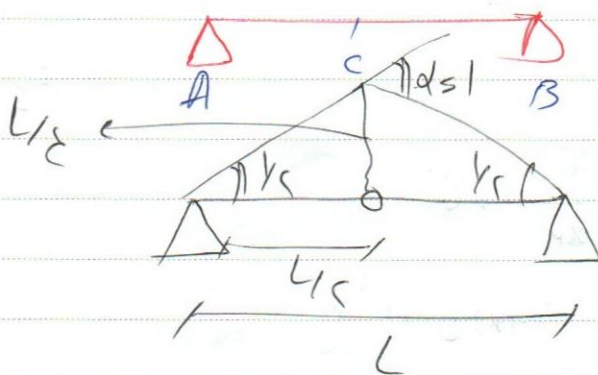


Subject :

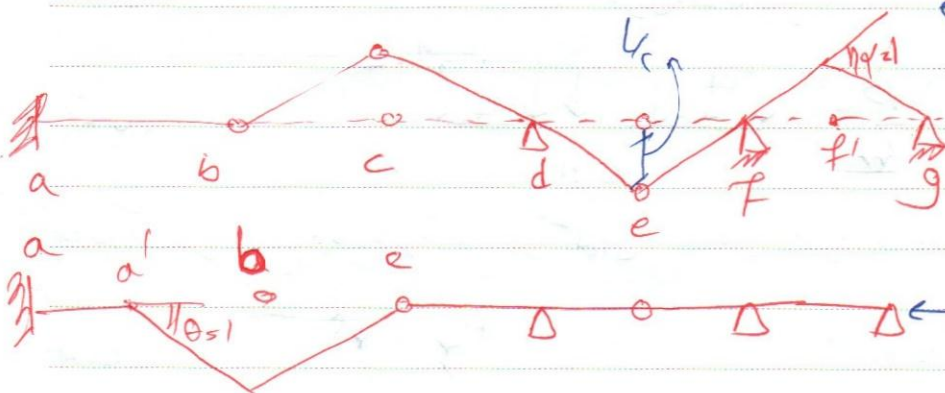
Year . Month . Date .

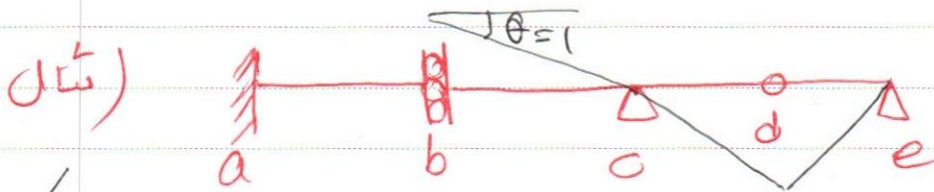
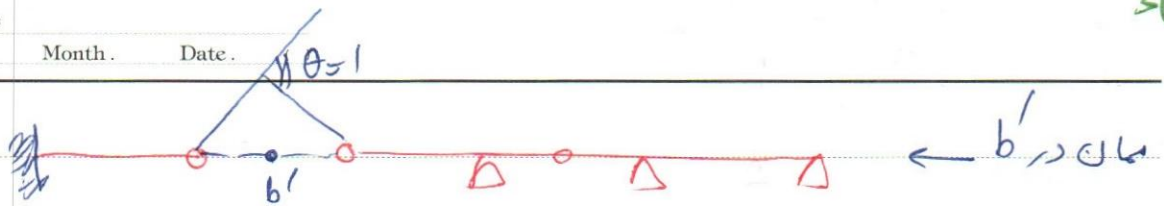


خط تأثیر همان



آزادی همان در f'





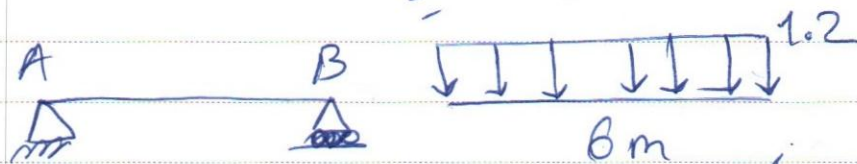
نقطه‌ی b در اول خورش غلغله برش بود و با همان راهم در آن آزاد کردیم سمت چپ غلغله
جا نمی‌شود و ثابت است و فقط سمت راست آن واحد به بالا می‌بود تا θ می‌زد.

بار برد خط تأثیر

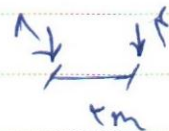
نیروی متمرکز: $F = \sum_{x_i} P_i y_i$

بار گسترده: $F = \int_{x_1}^{x_2} w(x) y(x) dx$

عرف خط تأثیر



بار گسترده داریم و یک بار متمرکز دو نقطه‌ای که فاصله‌ی آن‌ها ۱۰ متر



طول دارد

حداکثر نیروی برش در فاصله‌ی ۴ متری از A

91

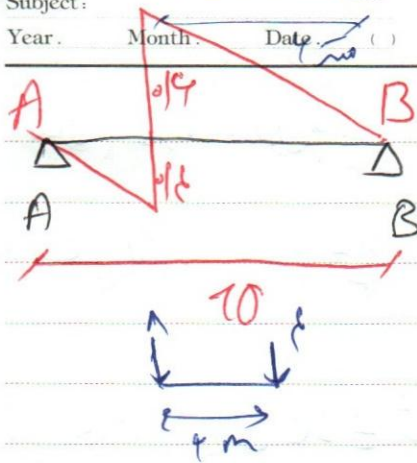
Subject:

Year:

Month:

Date:

()



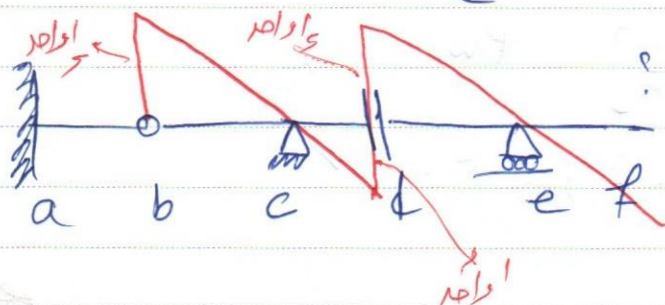
$$\text{مقدار نیروی برش در تیر برابر} = 0.4 \times 4 + 0.4 \times 4 + \left(0.4 \times 4 \times \frac{1}{2}\right) \times 1.2 = 8.16$$

مثال) مقدار نیروی برش در تیر زیر



$$P_1 > P_2$$

$$\text{مقدار نیروی برش} = P_1 + \frac{(L-a)}{L} \times P_2$$



مثال) خط تأثیر برش در نقطه b

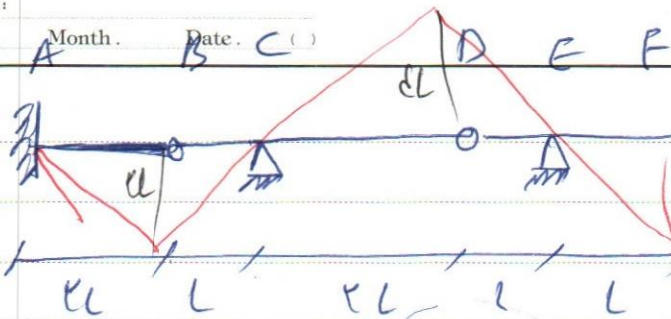
Subject :

Year .

Month .

Date .

()



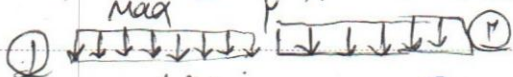
مثال بار w با طول متغیر

حرکت می کند. $M_A = ?$

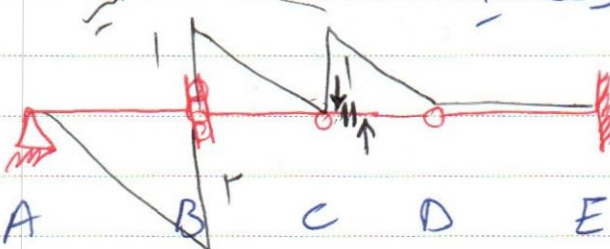
$$\int_{x_1}^{x_2} w(x) y dx = w(x) \int_{x_1}^{x_2} y dx$$

محتد در بازه ی E تا C ثابت است

$$M_{max} = \frac{1}{2} \times 2L \times 4L \times w = 4wL^2$$



مثال قدر مطلق حداکثر برش در سمت راست تکیه ی C



بار w با طول متغیر

$$\textcircled{2} W A_2 : w \times 2 \left[2L \times \frac{1}{2} \right] = 2w$$

$$\textcircled{1} W A_1 : w \times (2 \times 2L \times \frac{1}{2}) = 2w \quad \checkmark$$

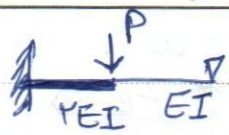
42

Subject:

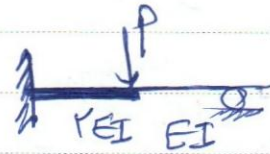
Year. Month. Date. ()

گنبدی تیرگیں نامعین (روشن نہیں) :

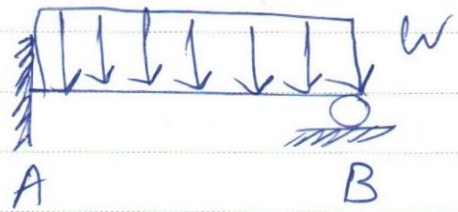
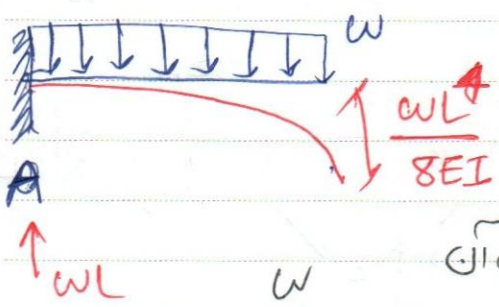
$n = 0 \rightarrow$ استاتیکی



$n > 0 \rightarrow$ استاتیکی + قوانین گنبدی تیرگیں

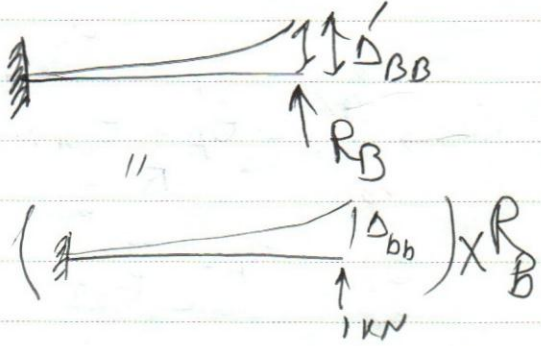
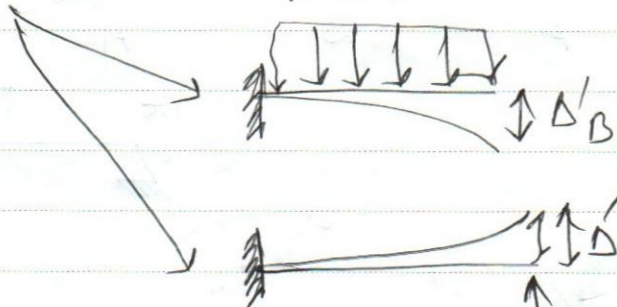
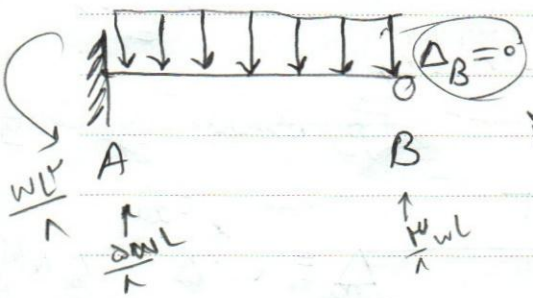


$\frac{wL^2}{8}$



تیر فوق دلائی : درجہ نامعین است براس حل آن

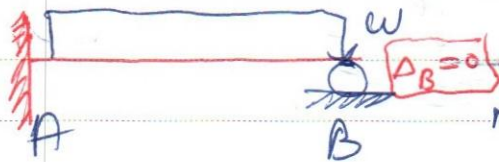
حل را رابہ دو قسمت تقسیم می کنیم



$$\Delta_B = \Delta'_B - \Delta_{BB}$$

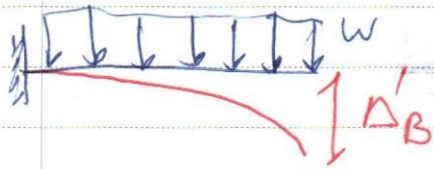
$$\Delta_B = \Delta'_B - \Delta_{BB} \cdot R_B$$

$$R_B = \frac{\Delta_B - \Delta'_B}{-\Delta_{BB}} = \frac{\frac{wL^2}{8EI}}{-\Delta_{BB}}$$



$$n = 4K + R(K+C) = 1$$

کلیلاً از این مسئله



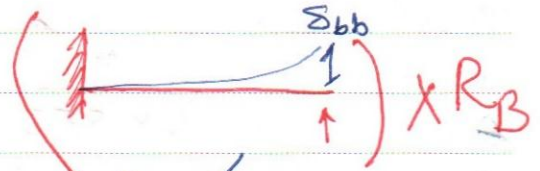
$$n = 0$$



III

$$\delta = 1 \text{ o/}$$

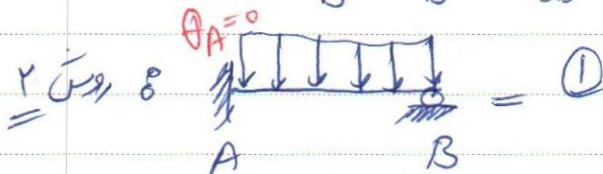
$$R_B$$



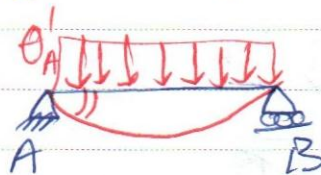
$$\delta_{bb}$$

$$R_B$$

$$n = 1 \rightarrow \Delta_B = \Delta'_B + \delta_{bb} \times R_B \rightarrow R_B \checkmark$$

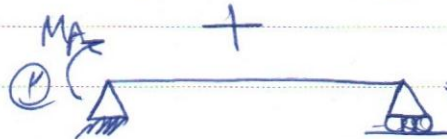


$$\textcircled{1}$$



$$\delta = 1 \text{ o/}$$

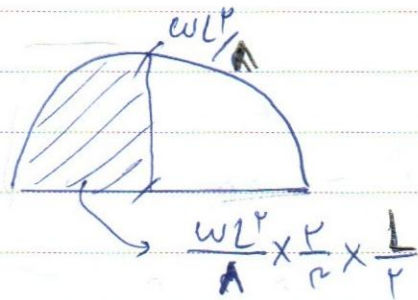
$$\alpha_{aa} = \alpha_{aa} \theta$$



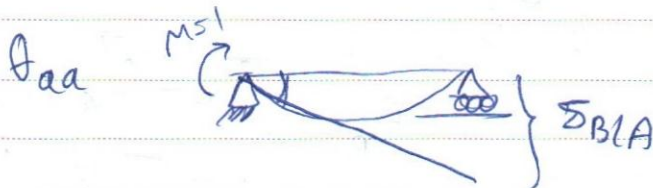
$$\theta_{aa}$$

$$\theta_A = \theta'_A + \theta_{aa} M_A$$

$$\theta_{A/C} = \theta'_A = \frac{WL^2}{2EI}$$



$$\frac{WL^2}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$



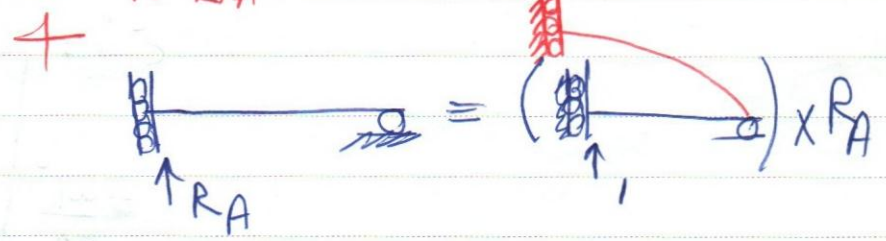
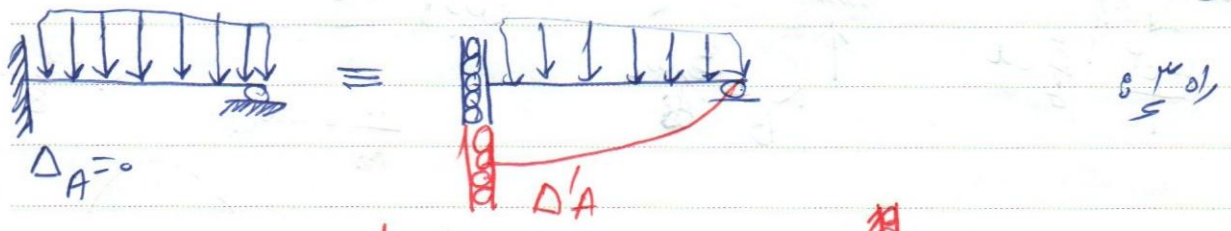
$$\delta_{B/A}$$

$$\theta_{aa} = \frac{\delta_{B/A}}{L} = \frac{1 \times L}{3EI}$$

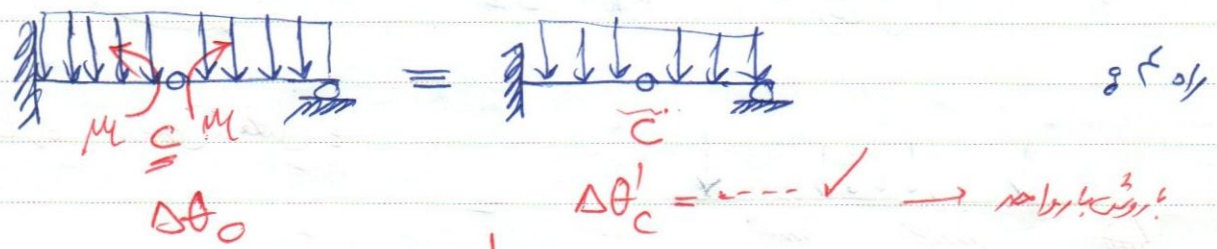
$$M_A = \frac{WL^2}{2}$$

وادی دیگر حل سوال کن است که مؤلفی قائم تکیه A را حذف کنیم و باید دقت کنیم همیشه سازو باید

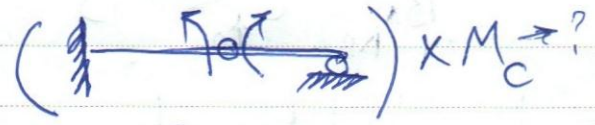
پس از حذف یک مؤلفه باید بار باقی بماند.



$$\Delta_A = \Delta'_A + \Delta_{\Delta\alpha} \cdot (R_A) ?$$

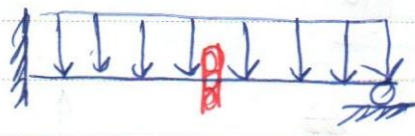


$$\Delta\theta'_c = \dots \rightarrow \text{بارون با بار واحد}$$

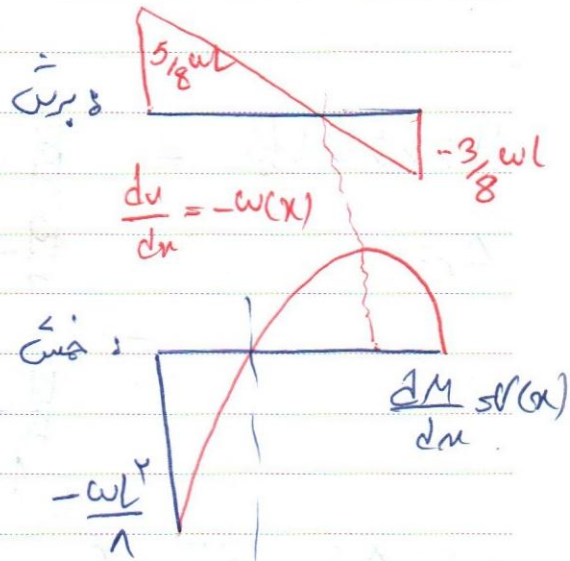
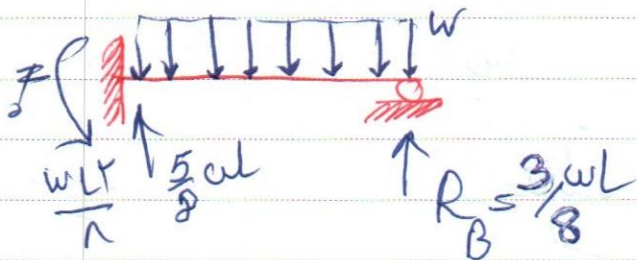


$$\Delta\theta_c = \Delta\theta'_c + \Delta\theta_{cc} \cdot (M_C) ?$$

۵ Δ θ /

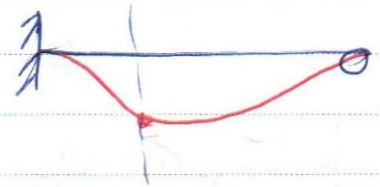


در روش ۲ زمانه $M_A = \frac{wL^2}{8}$ بدست آمد بقیه مجهولات به طور کامل بدست می آید.



نمای منفی باشد تغییر در شیب است و برعکس

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$



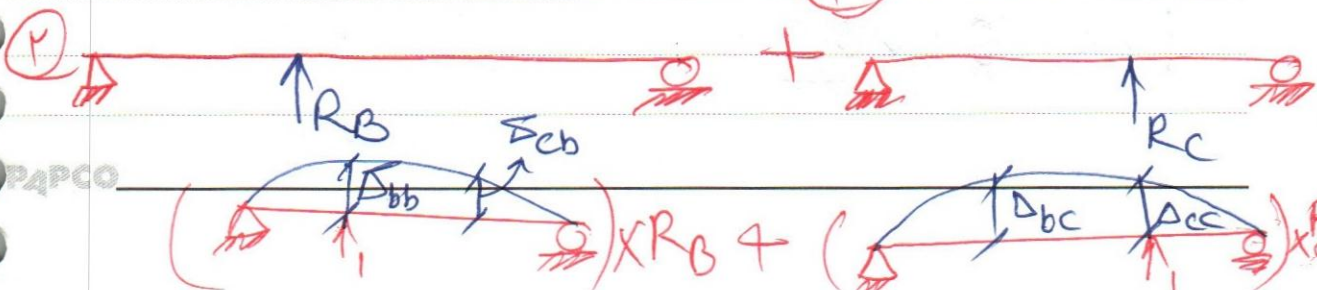
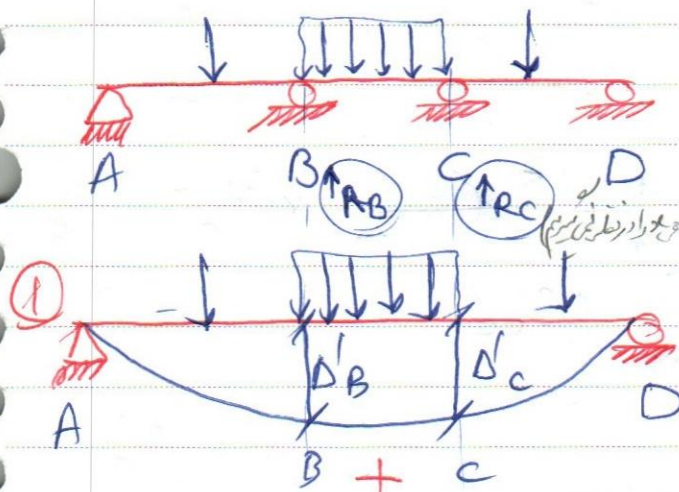
سازه دو درجه نامعین است

سازه دو درجه نامعین است

پس باید ۲ مؤلفه را حذف کنیم.

$$n = 3K + r - (c + r)$$

$$n = 0 + 3 - (2) = 1 \checkmark$$



9V

Subject:

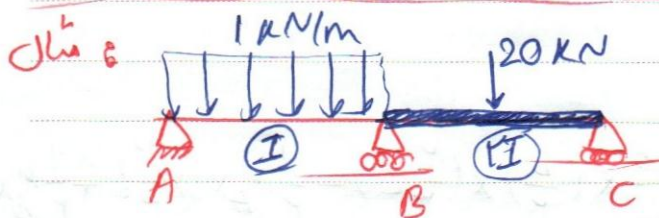
Year. Month. Date. ()

$$\begin{cases} \Delta_B = \Delta'_B + \delta_{bb} R_b + \delta_{bc} R_c \\ \Delta_C = \Delta'_C + \delta_{cb} R_b + \delta_{cc} R_c \end{cases}$$

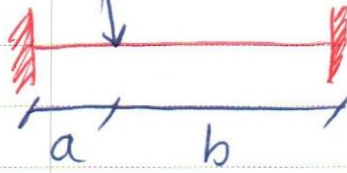
$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} \Delta_B \\ \Delta_C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta'_B \\ \Delta'_C \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_{bb} & \delta_{bc} \\ \delta_{cb} & \delta_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R_b \\ R_c \end{Bmatrix}$$

$$\boxed{\bar{\Delta} = \bar{\Delta}' + \bar{\Delta} X}$$

↓
شکل

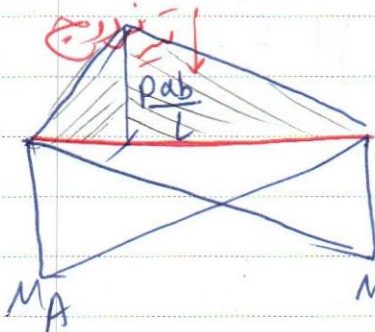
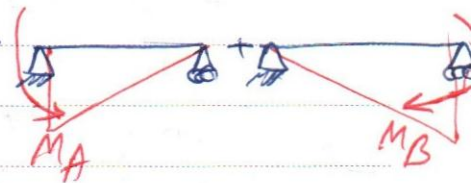
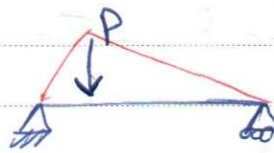
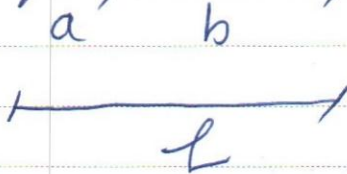


استاندارد B را قرار دهید.



۲. جابجایی

استاده از تیر مزدوج



مکان های تیر اصلی
همان بارگذاری روی
تیر مزدوج هستند.

$$\textcircled{1} \sum F_y = 0 \rightarrow \frac{Pab}{L} \times \frac{L}{r} = \frac{L}{r} (M_A + M_B)$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow \sum M_B = 0 \rightarrow$$

$$\frac{Pab}{L} \times \frac{a}{r} \left(b + \frac{a}{r}\right) + \frac{Pab}{L} \times \left(\frac{b}{r}\right) \times \left(\frac{r}{r}L\right) = \frac{1}{r} M_A \times \left(\frac{r}{r}L\right) + \frac{1}{r} M_B \times L \times \frac{L}{r}$$

$$\Rightarrow M_A = \frac{Pab^2}{Lr}$$

$$M_B = \frac{Pa^2b}{Lr}$$

$$a = b \text{ اگر } \downarrow$$

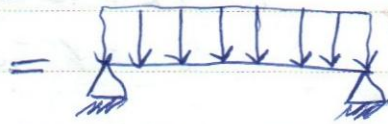
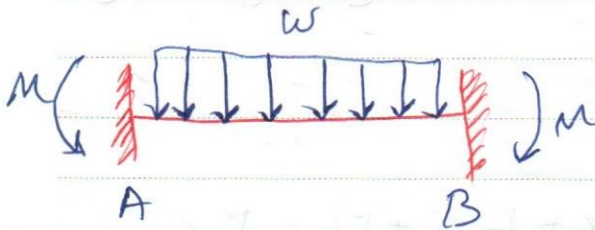
$$a = b \text{ اگر } \downarrow$$

$$M_A = \frac{PL}{8}$$

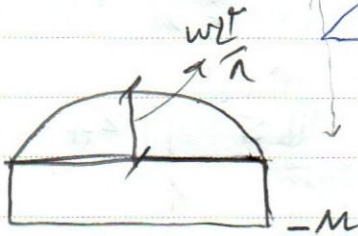
$$M_B = \frac{PL}{8}$$

حل ناصیه

تسویج



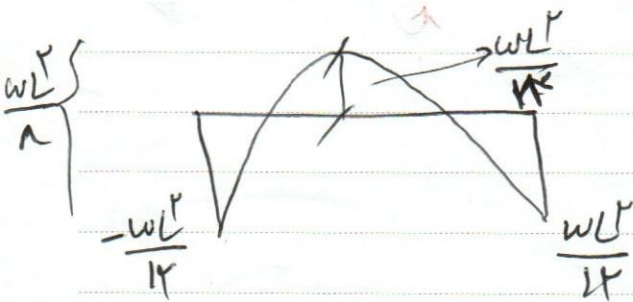
تسویج



$$\Rightarrow \sum F_y = 0 \rightarrow \frac{wL^2}{12} \times \frac{2}{3} L = M \times L$$

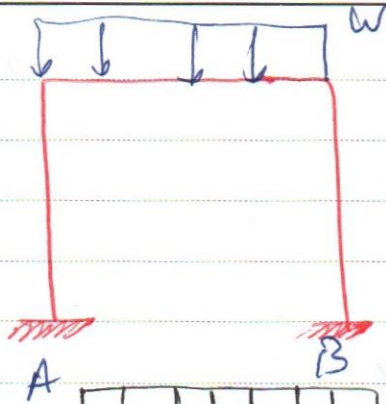
در تسویج

$$\Rightarrow \frac{wL^2}{12} = M \quad \checkmark$$



$$\frac{wL^2}{12} + M_c = \frac{wL^2}{12}$$

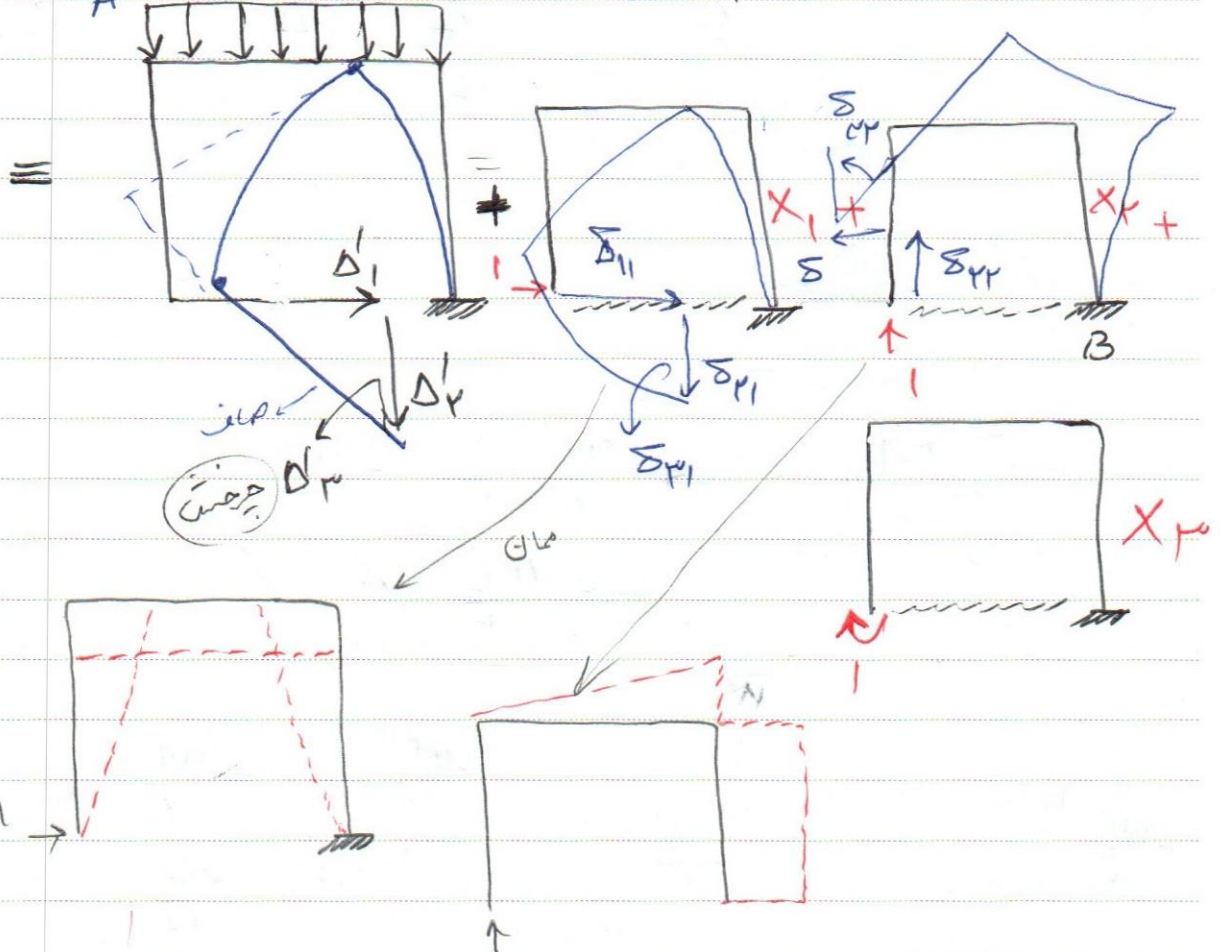
$$M_c = \frac{wL^2}{12}$$



حل قاب های نامعین

با از روی تغییر شکل

$$n = 3K + 1 - (2 + 2) = 3 \checkmark$$



$$\begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_r \\ \Delta_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta'_1 \\ \Delta'_r \\ \Delta'_m \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{1r} & \delta_{1m} \\ & \delta_{rr} & \delta_{rm} \\ \text{sym} & & \delta_{mm} \end{bmatrix}$$

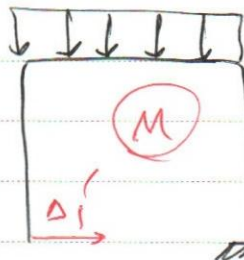
14

Subject:

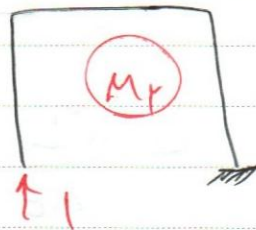
Year. Month. Date. ()

$$\delta_u = \int \frac{M_1 r dx}{EI}$$

$$\Delta_s \Delta' + \delta \bar{x}$$

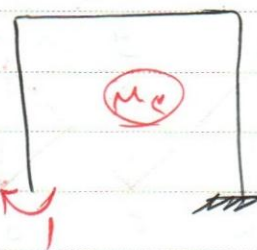
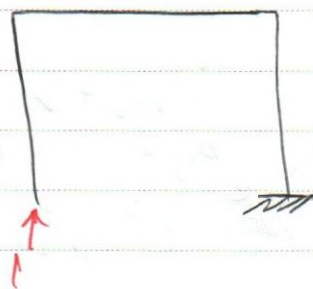


+

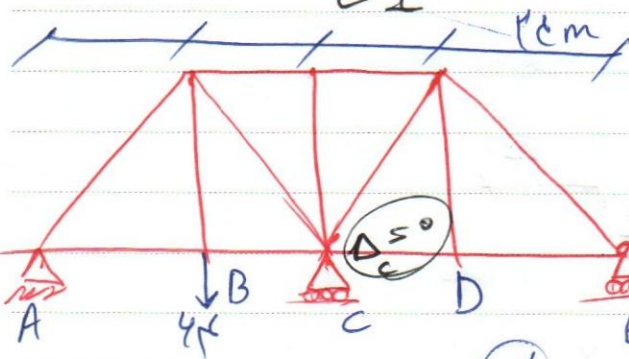


مثلاً

$$\Delta'_r = \int \frac{M M_r dx}{EI}$$

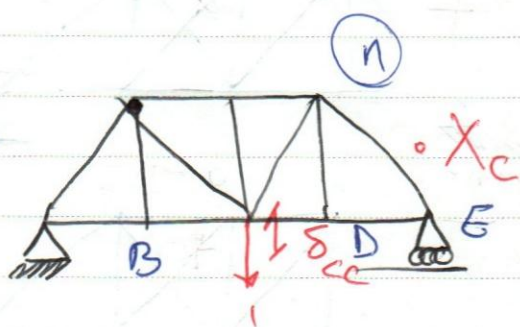
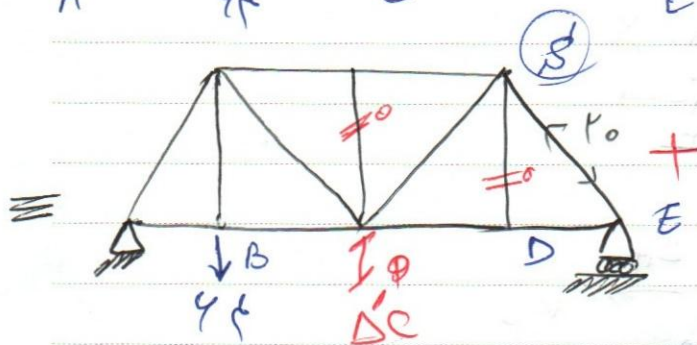


$$\delta_{r1} = \int \frac{M_1 M_r dx}{EI} = \delta_{1r}$$



خارجی نامعین

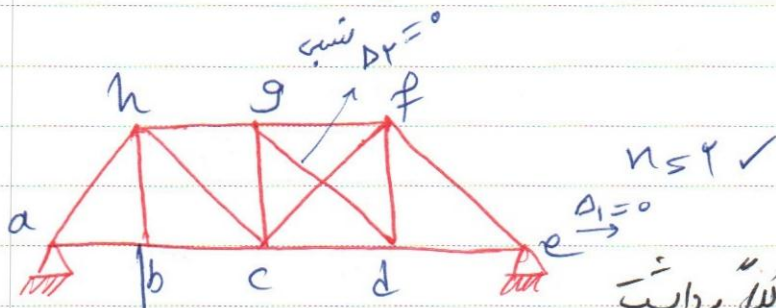
$$n = m + r - j = 1$$



$$\Delta_c = \Delta'_c + \delta_{cc} X_c$$

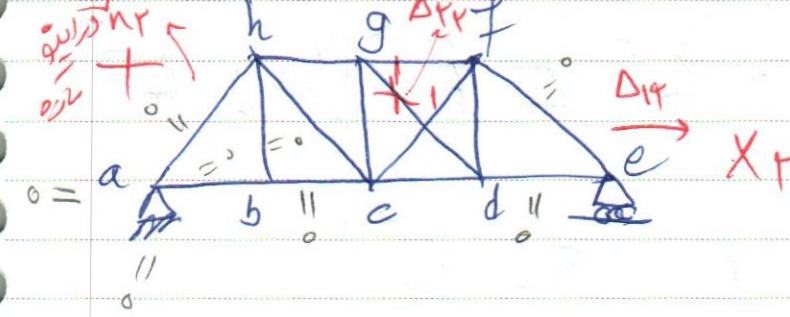
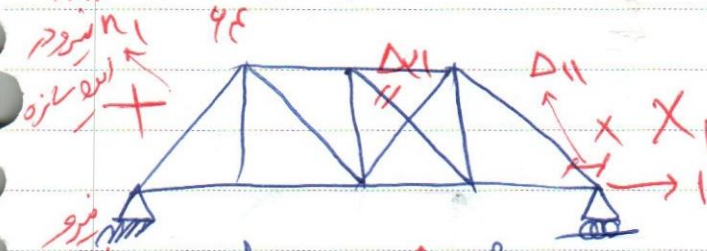
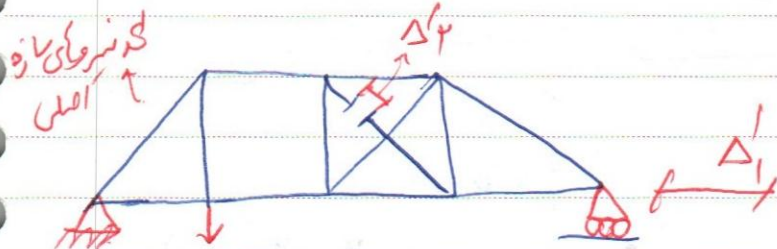
خطی $1 \times \Delta_c = \sum \frac{nSL}{AE}$

$$\Delta_{cc} = \sum \frac{n^2 L}{AE}$$



توجه: نمی توان گفت که بار را کلاً برداشت

برای خرابی نباید از من گردد و در این باید جوری عضو را حذف کنیم که نباید از من گردد



1.2

Subject:

Year:

Month:

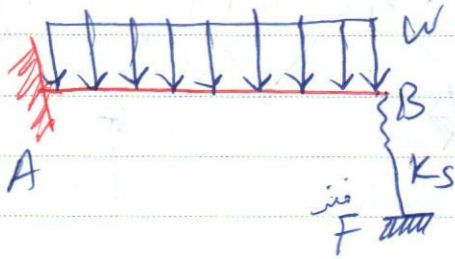
Date:

$$\begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta'_1 \\ \Delta'_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}$$

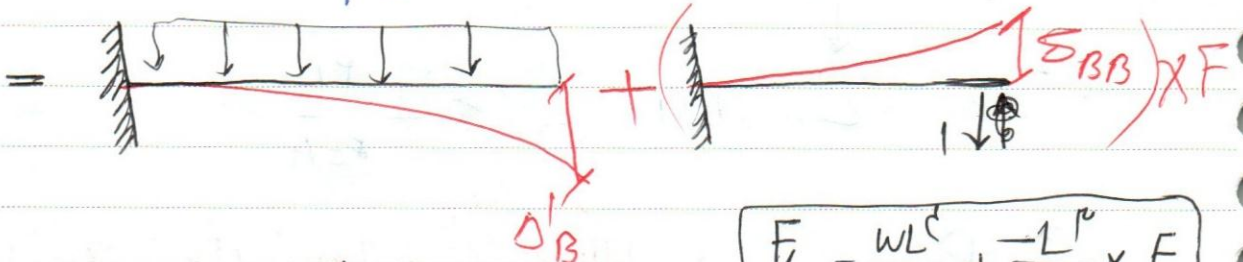
$$\frac{\sum n_2 S L}{AE}$$

$$AE$$

تغیر مکان سازگار



$$\Delta_B = \Delta'_B + \delta_{bb} X_B \rightarrow \text{نبرد B}$$



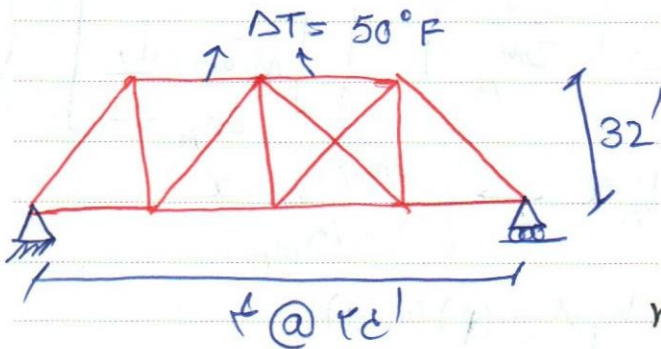
$$F \left(\frac{1}{k} + \frac{L^3}{3EI} \right) = \frac{WL^4}{8EI}$$

$$\frac{F}{k} = \frac{WL^4}{8EI} + \frac{L^3}{3EI} X F$$

$$F = \frac{WL^4/8EI}{1/k + L^3/3EI}$$

$$\begin{aligned} k \rightarrow \infty &\rightarrow F = \frac{WL^4}{8EI} \\ k \rightarrow 0 &\rightarrow F = 0 \end{aligned}$$

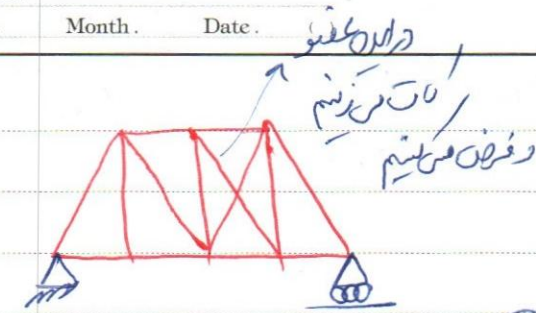
تغیر دما در خرابی نامعین



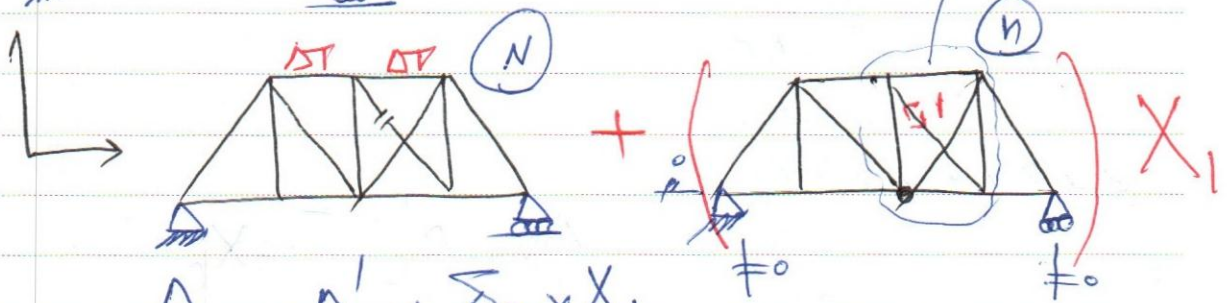
$$\alpha = 4.5 \times 10^{-6} / ^\circ F$$

$$n = m + r - j = 1$$

برای حل ایده آن است که یک عضو حذف کنیم.



نیروی داخلی فقط در همین بوبک می افتد.

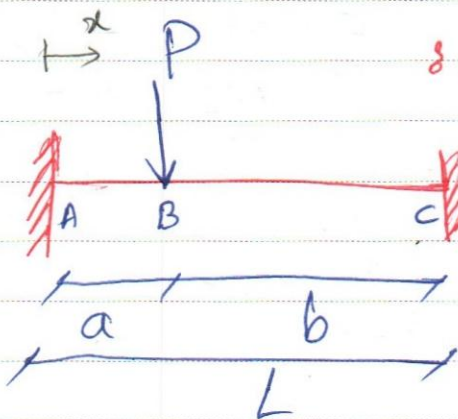


$$\Delta_c = \Delta_c' + \sum c_c \times X_1$$

$$\sum n(\Delta TL)$$

$$\frac{\sum n^2 L}{EA}$$

حل نامعین با استفاده از روش تنبلیانو



$$n=2$$

$$U = \int \frac{M^2 dx}{2EI}$$

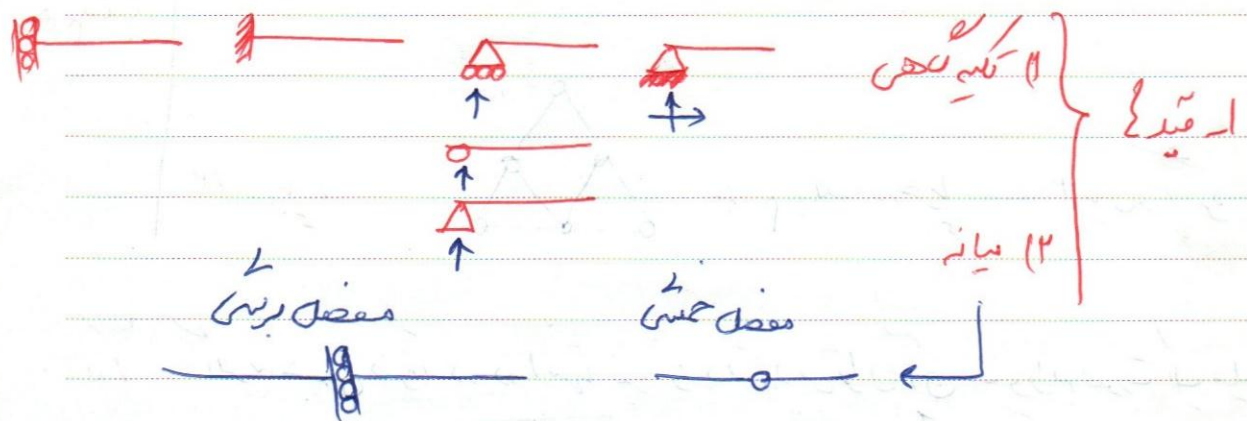
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial V_A} \\ \frac{\partial U}{\partial M_A} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \int M \frac{\partial M}{\partial V_A} \frac{dx}{EI} \\ \int M \frac{\partial M}{\partial M_A} \frac{dx}{EI} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right\}$$

$$AB: M_1(x) = M_A + V_A x \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \partial M_1 / \partial V_A = x \\ \partial M_1 / \partial M_A = 1 \end{array} \right.$$

$$BC: M_2(x) = M_A + V_A x - (P)(x-a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial M_2 / \partial V_A = x \\ \partial M_2 / \partial M_A = 1 \end{array} \right.$$

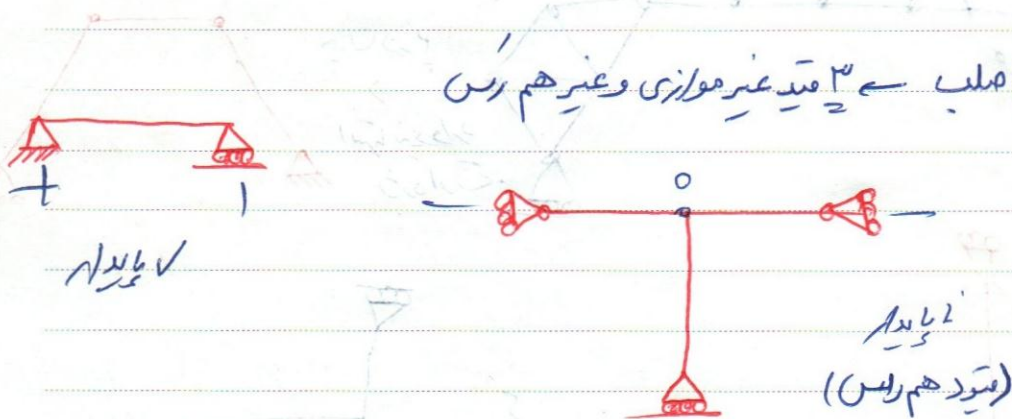
دوشنبه ۱۸/۱۱/۹۹ جلسه ۱ = مفصلی علی



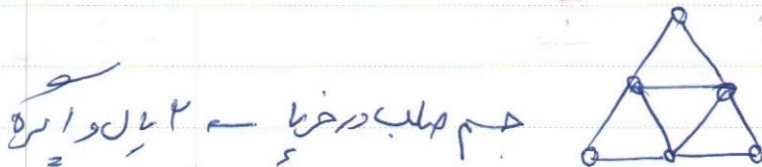
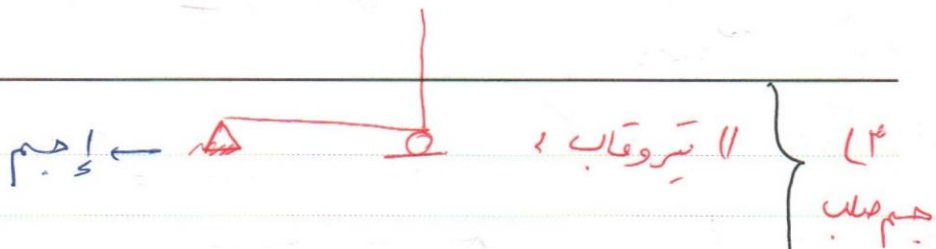
فرق دارند !!

باید ای و باید ای

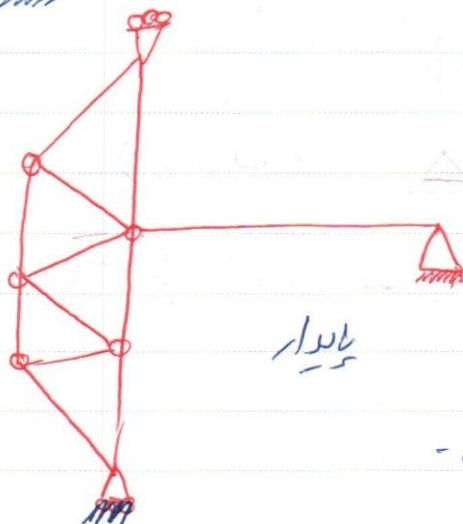
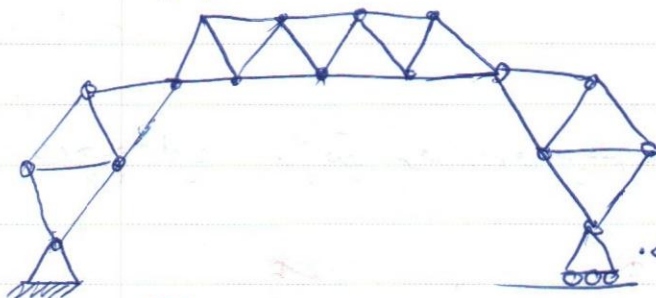
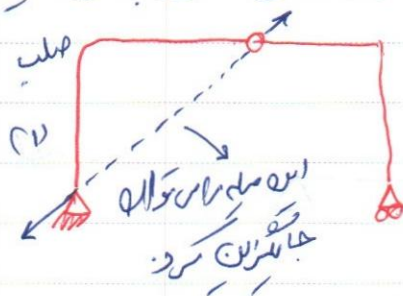
۱۱) برای تک جم صلب سے ۳۲ قید غیر موازی وغیر ہم رس



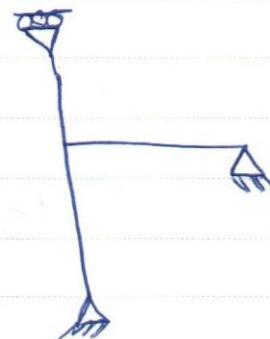
(۲) وجود سمت پائیدار (حذف عضو پائیدار، ارتباطی به زمین)



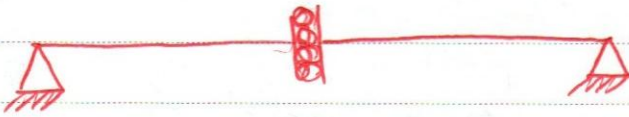
تذکره: اگر به جسی صرفاً در در استیها نیرو وارد شود می توان آن عضو را به صورت یک صلب در راستای نیرو قرار داد.



ع
چون
در وسط تیر
وارد
شده است.



۳) مفصل در یک راستای ناپایدار



در بن نهایی به هم می‌زنند

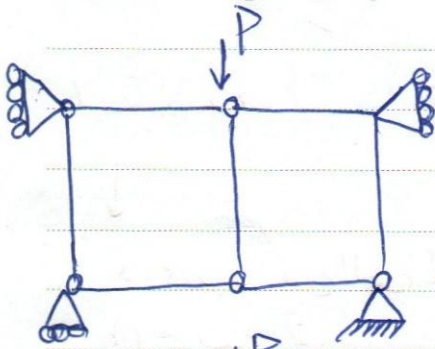
۳ مفصل در بن نهایی به هم می‌زنند ناپایدار است

۵- قوت بارگذاری (شرط لازم و نه کافی)

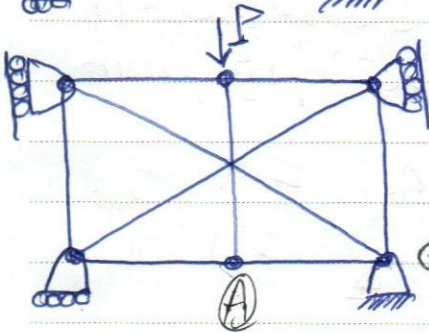
اگر تحت تمام بارگذاری ناپایدار $\Rightarrow$ پایدار

اگر فقط برای ثابت ناپایدار می‌توان استفاده کرد. یعنی اگر بارگذاری پیدا کنیم تحت

آن بار، سازه ناپایدار شود $\Rightarrow$ ناپایدار



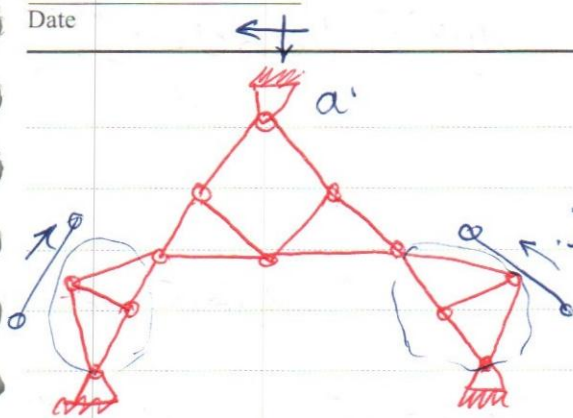
ناپایدار $\rightarrow$



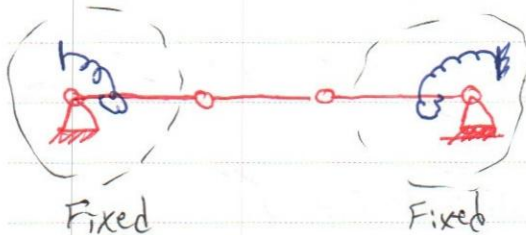
مثال می‌زنم تا در (در این سوال با این روش قبلی به نتیجه نمی‌رسیم باید روش بارگذاری را امتحان کنیم)

در بالا و پایین سازه ۳ مفصل در یک راستا داریم، بنابراین

بارگذاری نمی‌تواند انتقال یابد پس ناپایدار است.



(a) یہ گھومدار a ہمیں ہیں ہیں



یا ہمار

$$DI = 2 + 2(a) - (2 + 2) = 1 \quad \checkmark$$

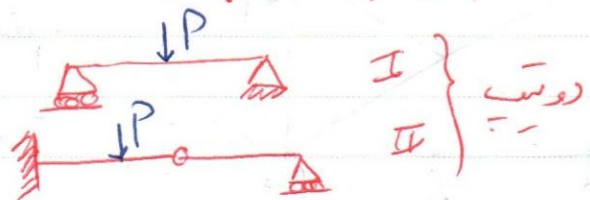
$R \quad K$

حل سازہ کی مصلحت و

۲- خراب

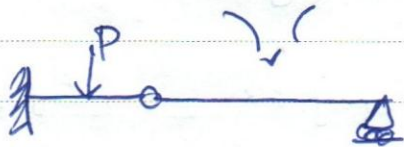
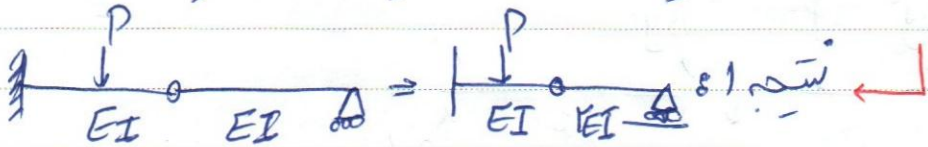
۱- تیر و قاب

(a) محاسبہ عکس العمل کی تہہ ہے
(b) محاسبہ فی نیرو و ممان داخلہ در یک نقطہ
(c) رسم دیاگرام خشن و برش



نکات مهم :

۱) نکته: اعضای درجه‌های عمل نمی‌تواند هیچ تأثیری ندارد !



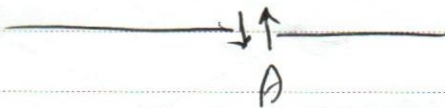
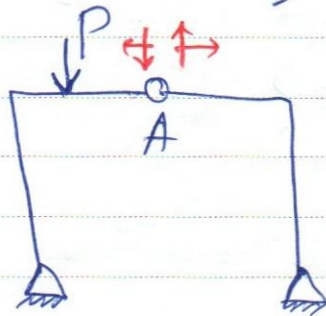
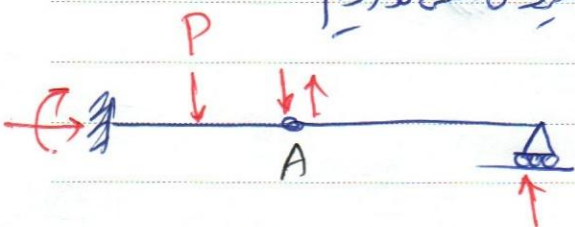
۲) نکته: جسم صلب تأثیری در نیروهای داخلی و عکس‌العمل نمی‌تواند داشته باشد

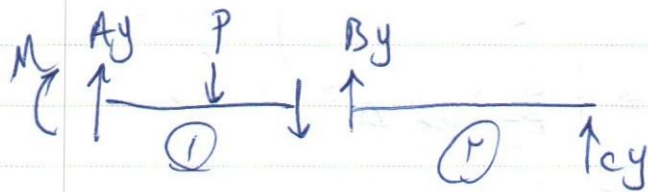
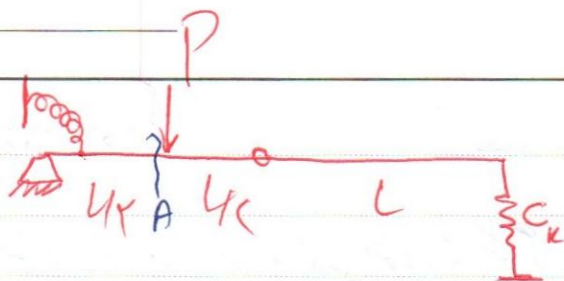


معین ندارد

چونکه خواص ثابت تأثیری در تحلیل سازه ندارد

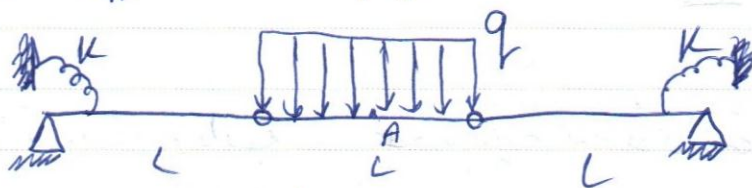
۳) تفاوت نیروی قلاب * در تیرهای بی‌نیروی افقی نداریم



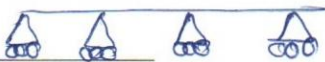


① $\sum M_B = 0 \quad C_y = 0 \rightarrow B_y = 0 \rightarrow A_y = 0$

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \rightarrow V_A = P \\ \sum M_A = 0 \rightarrow M_A = 0 \end{cases} \quad M = -PL$$



$M_A = ?$



درجه‌بندی نامعین مثبت ← هندسی

(۴) درجه‌بندی نامعین +

درجه‌بندی نامعین منفی ← فیزیکی

درجه‌بندی نامعین



(الف) روش کلی برای تمامی حالت‌ها

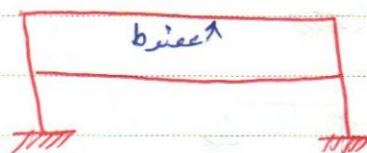
$$DI = (3b + r) - (c + 3) \quad (1)$$

$$DI = (3K + r) - (c + 3) \quad (2)$$

حلقه‌ها

۳ رابطی

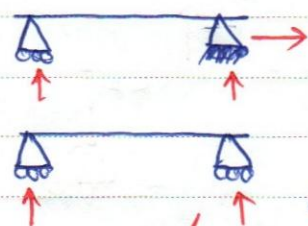
۳ رابطی $\sum \alpha_s = 0$ ، $\sum \beta_s = 0$ ، $\sum \gamma_s = 0$ (معادلات تعادل)



(ب) برای خرپاها $DI = (r + b) - 3$

(مثالی) برای تیر
 $DI = r - (2 + c)$
 ذکر کننده تیر است
 تحت بارگذاری عمودی

در ارتعاشی افقی تیر است
 در ارتعاشی عمودی تیر است



* تیر نیروی افقی ندارد

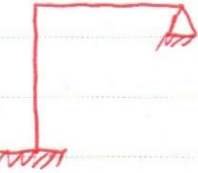
نکات:
 ۱. اگر تیر از یک تیر است باید نیروی تیر
 ۲. تعداد عکس العمل کلی تیر
 عکس العمل کلی تیر را معین کنیم

کلی	ر	ر'
←	$r = 2$	$r' = 1$
←	$r = 1$	$r' = 1$
←	$r = 1$	$r' = 1$
←	$r = 3$	$r' = 2$
←	$r = 2$	$r' = 1$

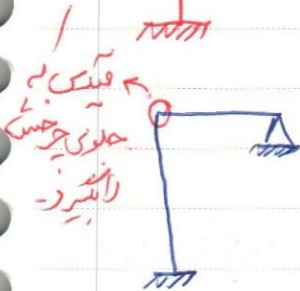
- (۲) b : تعداد اعضا
- یابیداری ← مادامی که تیر پیوسته است یک عضو محسوب می شود -
 درجه ی نامعین ← بین هر دو تیر یک عضو می گیریم .



عضو → یابیداری
 ۲ عضو → درجه ی نامعین



عضو → یابیداری
 ۲ عضو → درجه ی نامعین



(۳) c : معادلات شرط

$$r + 3b = 5 + 3(2) = 11$$

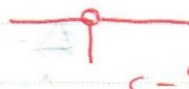
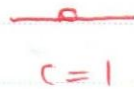
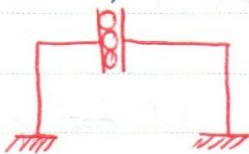
مجهولات :

$$3j + c =$$

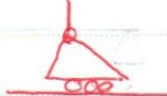
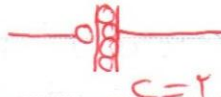
↓

حداقل تعداد لازم که آن اتصال را پیوسته کند ← صلب

مؤلفه ی برش = ۰



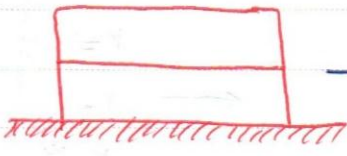
c = 1



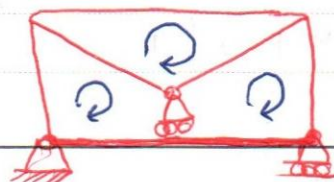
(۴) K : تعداد حلقه ها ← حلقه هایی که توسط خود عضو ساخته شوند ، توسط زنجیر مشخص می شوند



→ احده

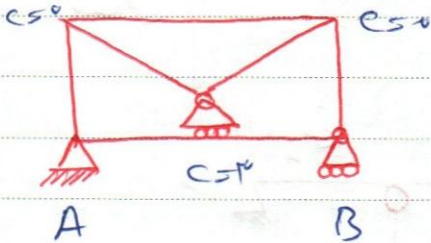


→ احده



K = 3

⑤ **تکلیف دہا:** اعضای اتصال شدہ بہ تکیہ ناہ باید پیوستہ (صلب) باشند در غیر این صورت



$C \neq 0$ می باشند یعنی باید پیوستہ کنیم

چون تیرها پیوستہ اند $C=0$

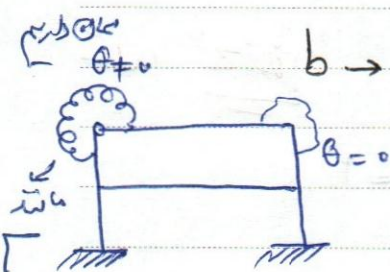
نسبت بہ زمین مہار نمی کنیم $\rightarrow$ تعریف C مہار کردن بین عضوات نہ زمین

زمین را کنار می گذاریم نسبت بہ ہم مہار می کنیم نہ نسبت بہ زمین $C=1 \rightarrow r=1 \rightarrow B$

تعداد عکس العمل کی تکیہ ناہی یعنی بہ زمین وصل می شود $\rightarrow r=3$

$$\begin{aligned} \text{روشن اول} & \quad (r+3b) - (c+3j) = (3+3(1)) - (1+3(0)) = 5 \\ \text{روشن دوم} & \quad (r+3k) - (c+3) = (3+3(3)) - (1+3) = 5 \end{aligned}$$

هر جا اتصال می باشد عضو اجباری کنیم $\rightarrow b$



⑥ **فترها:**

الف) اتصالی

ب) $\theta \neq 0$ یعنی

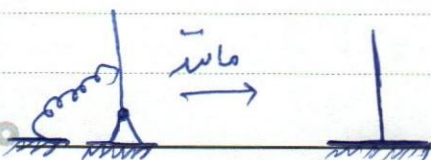
وقتی نیرو در آن ایجاد می شود کہ بحر شد

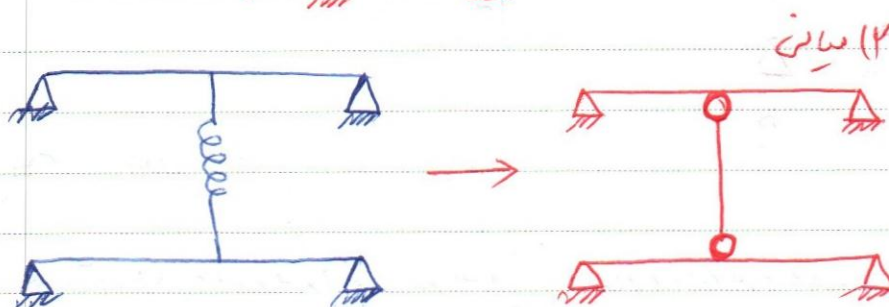
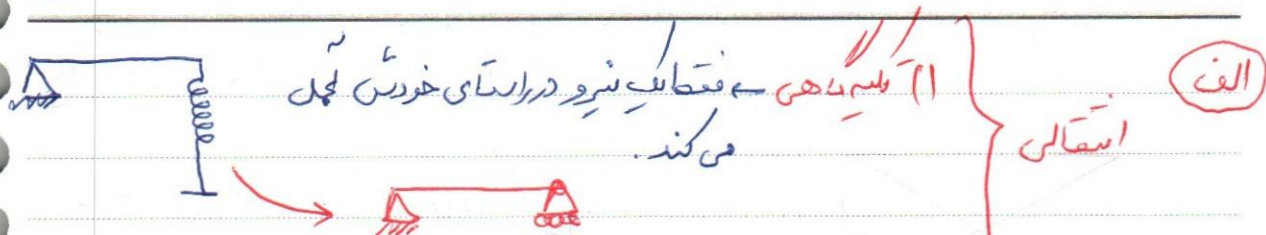
$$M=K\theta$$

$\theta=0 \rightarrow$ می توان فتر را حذف کرد

فتر بچسب

$\theta \neq 0 \rightarrow$ حذف می کنیم درجه نامعینی را $+1$ می کنیم $\rightarrow DI+1$





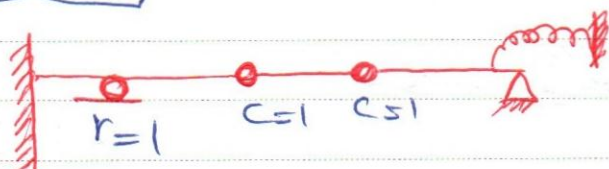
۷) کابل و کابل شارژ نمی کند

کابل

کششی ← نیرو دارد

فشاری ← نیرو منفرد است

DI + 1 ← کابل را حذف کن

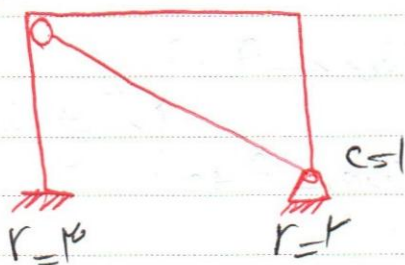


مثال quiz

$$r=3$$

$$DI = (r + 3K) - (c + 4) = 1 + 1 = 2$$

$$c=1$$



$$DI = (r + 3K) - (c + 4) = 3$$

مثال quiz



Subject

Date

جلسه کی

از طرف باشد
تا پایین باشد

۱- تعیین عکس العمل های تکیه ها

رسم دیاگرام

محاسبه M و V

۲- تا پایین مشخص شود (مخصوصاً قلاب)

-۲

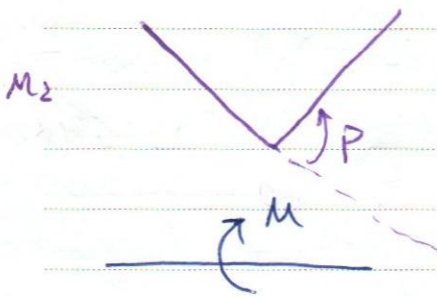
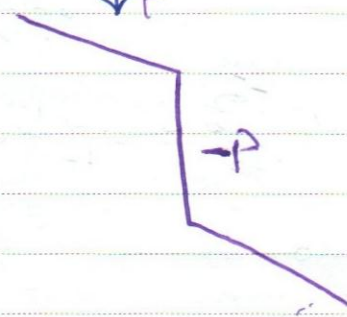
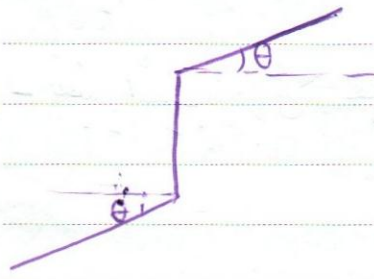
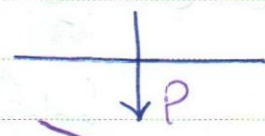
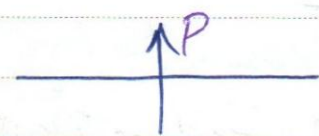
راه حل برای مقطع
از آن است!

۱- گسترده
۲ حدایت درجه ۲
۳ حدایت از درجه ۱

۳- نوع بارگذاری

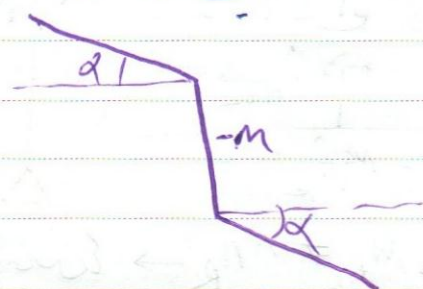
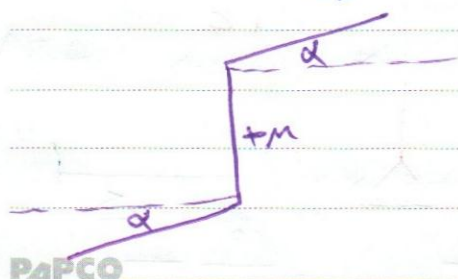
۲- بار غیر گسترده
۳ و ۴ حدایت خط هستند

① بار متمرکز :



هیچ اثری ندارد

هیچ اثری ندارد

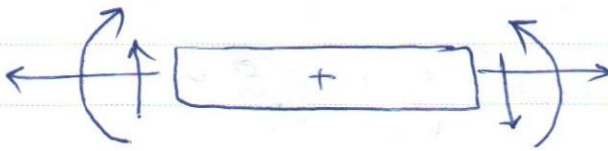




Subject

Date

نکات مهم



(۱) یادآوری ممان دارها :

(۲) ممان اعضا تأثیری در دیاگرام خمشی و برشی ندارد.

← نیرو تبدیل به اتصال کامل می‌کنیم.

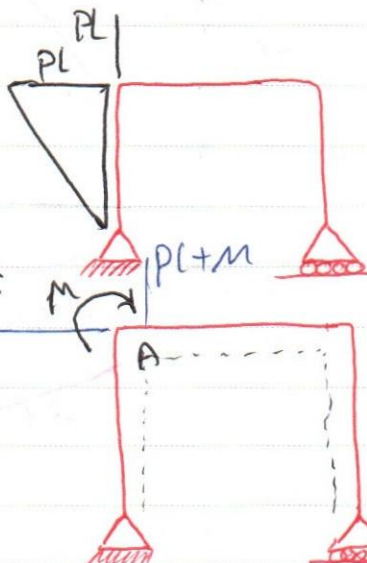
(۳) تأثیر مفضل برش و خمشی در دیاگرام ممان

- تغییرات بسیار کم در هیچ نموداری نداریم و صرفاً تغییر مقدار می‌کند.

$$M = 0$$

$$V = 0$$

در هر دو طرف اندازه و علامت برابرند

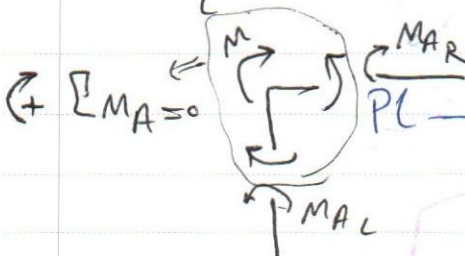


(۴) گره‌ها

(a)

(b)

$$M_A = M_R$$

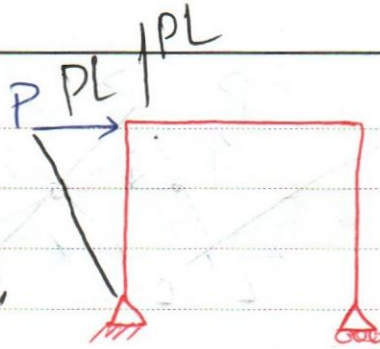


$$M + M_A - M_R = 0$$

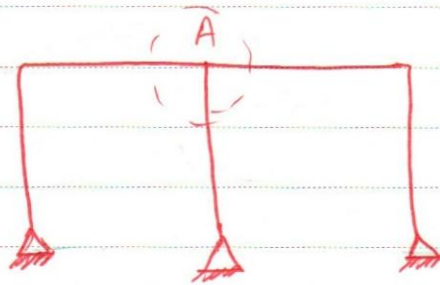
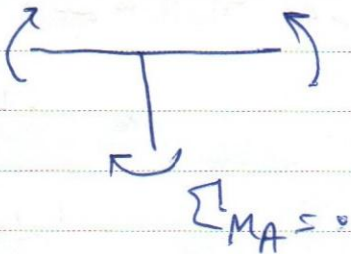
$$\rightarrow M_A \neq M_R \rightarrow \text{تغییر ممان}$$

$$M_{AR} = M_{AL}$$

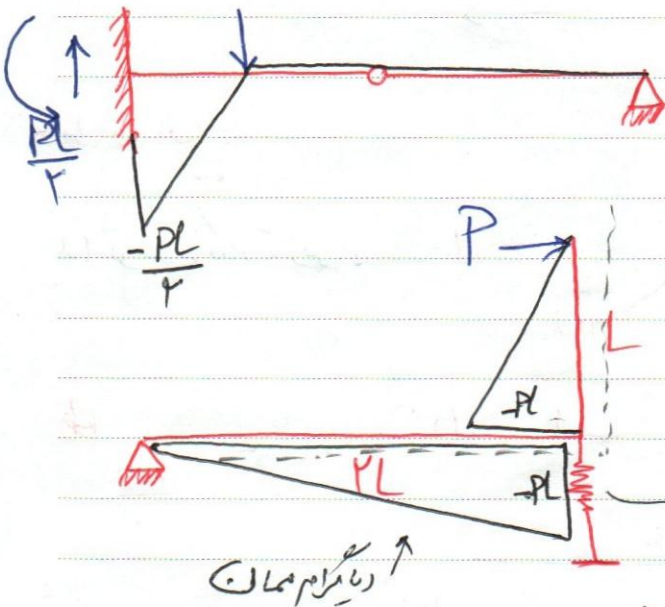
بار متمرکز در دایگرام همان اثر ندارد فقط تغییر
شیب محض می شود.



(c)

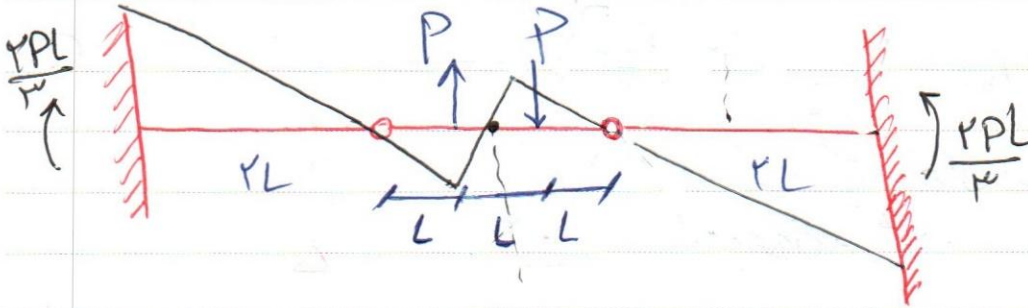


(d)



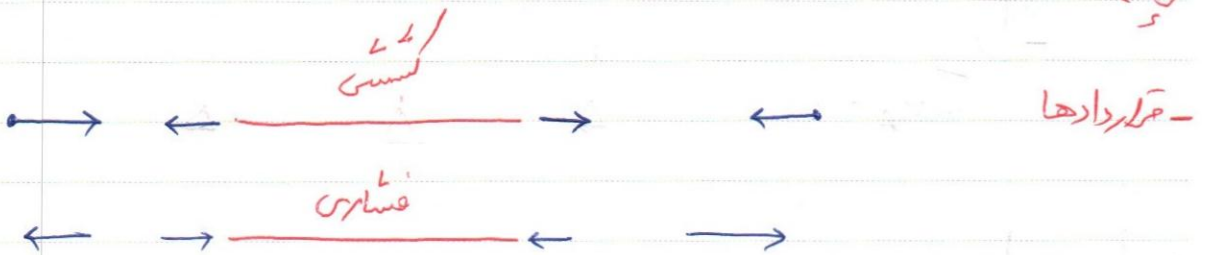
مثال

نیروی فنر تأثیری روی دایگرام همان
نمی دهد بلکه فقط جهت شیب محض می شود.



TA دوتنه ۵، ۱۲، ۹۲، ۹۲، ۵ جله ۵

خبره



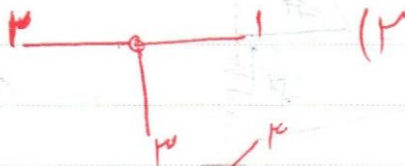
* مراحل حل :

$$0 = F_1 = F_2$$

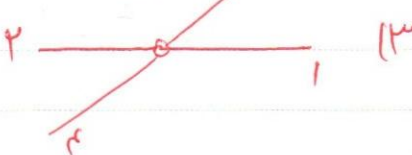


۱۰ توجه به نکات زیر :

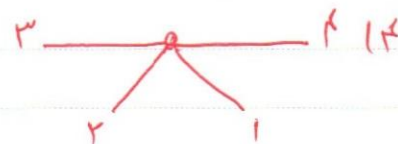
$$F_3 = 0 \quad F_1 = F_2$$



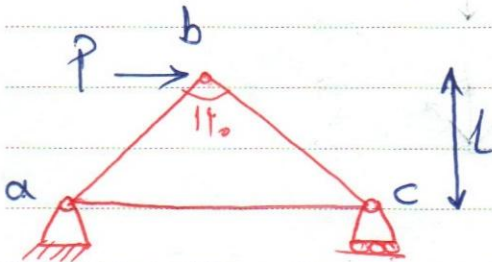
$$F_1 = F_2 \quad , \quad F_3 = F_4$$



$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_1 = F_2$$



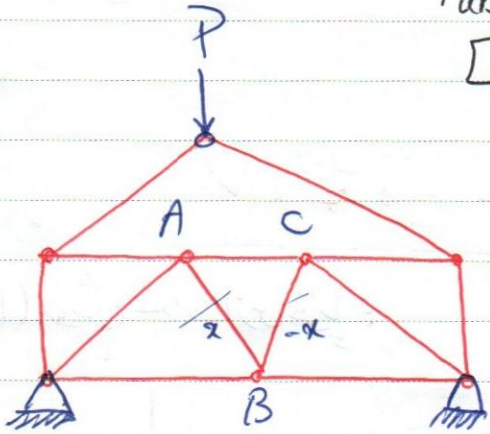
(b) پویش منض $\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{array} \right\}$ ← حد اکثر دو مجهول در بره



(مثال) خنجر ویرا محلی کنید

$F_{ab} = +\frac{P}{\sqrt{3}}$ کشش
 $F_{bc} = -\frac{P}{\sqrt{2}}$ فشار
 $\sum F_y = 0, \sum F_x = 0$

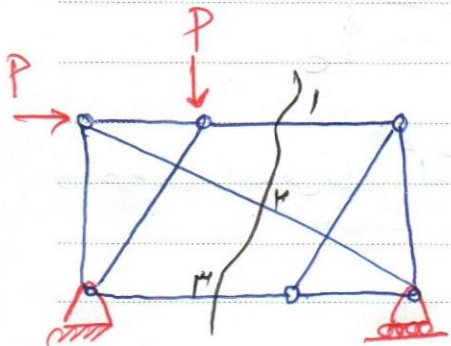
(مثال)



* تذکر: وجود تبار در هت!

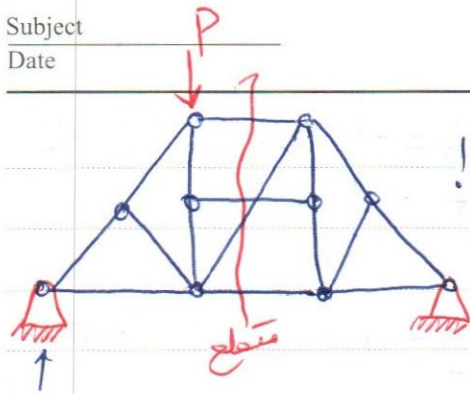
$\frac{V}{k} \Rightarrow F_{AB} = F_{BC}$

$k \Rightarrow F_{AB} = -F_{BC} \quad \text{و} \quad F_{AB} = F_{BC} = 0$

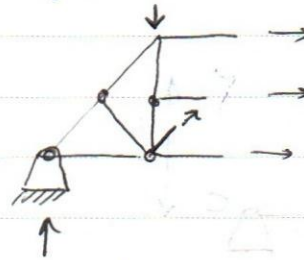


(الف) قوت جدا شده حد اکثر درای مجهول باشد

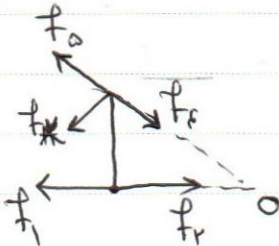
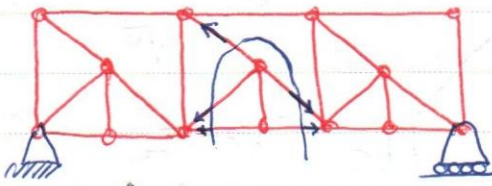
(c) روش مقطع



(ب) همگی اعضای برش خورده موازی باشند به جز یکی!



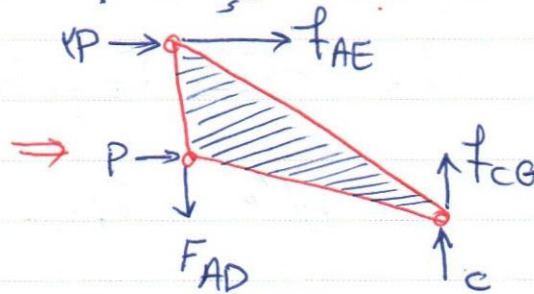
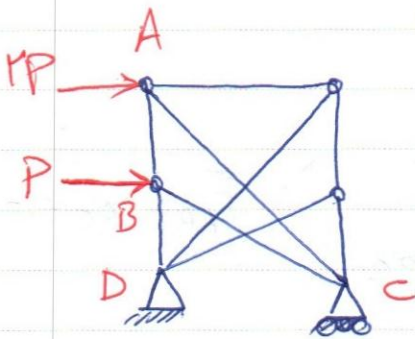
(ج) همگی اعضا هم رس باشند به جز یکی



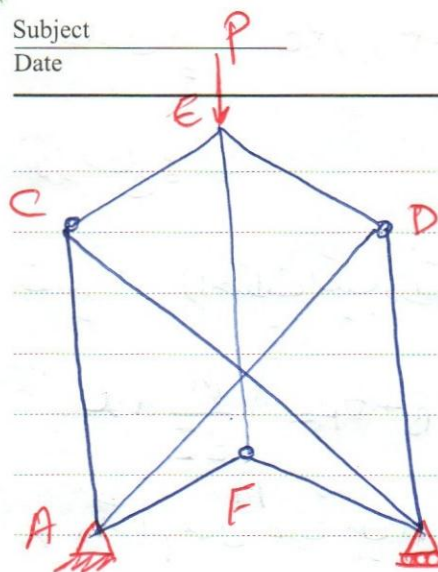
$$\sum M_o = 0 \rightarrow T_c = \checkmark$$

(د) مؤثر جدا ساز خرابی

کاربرد: خرابی‌های مرکب (مترین)



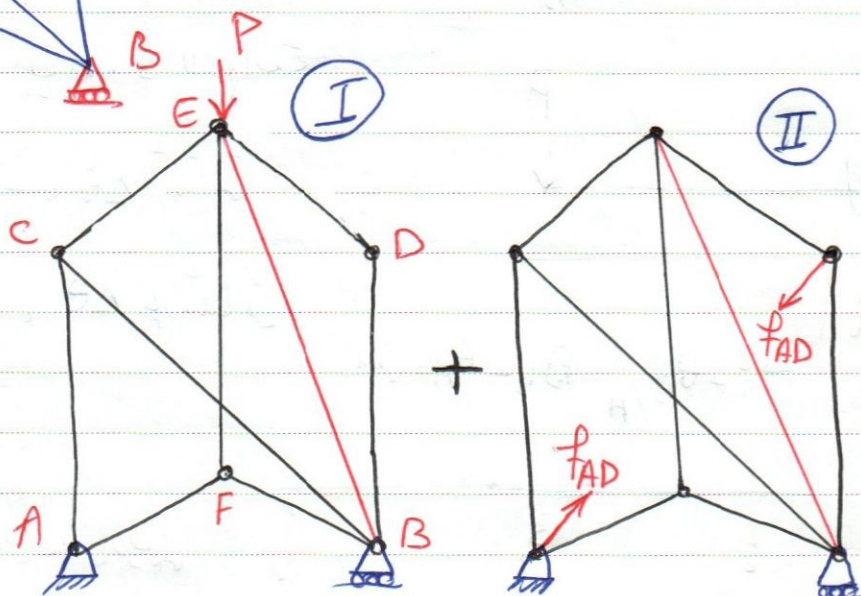
در خرابی مرکب می‌توان مثلاً ۱ را جدا جدا در نظر گرفت و سپس آن را حل کرد.



روش جابجایی اجزاء :

کمر برد در خرابیهای بفرنجی

به دو سازه جدا می کنیم
و جواب را سوپرنوژ
می کنیم



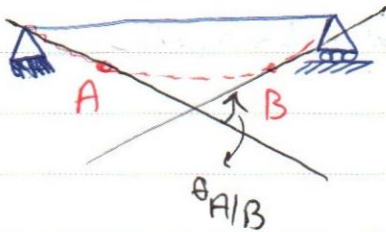
$$F_{BE=0} = F_{IBE} + F_{IIBE} \Rightarrow F_{AD}$$

در این روش یکی از اعضا را حذف کرده و یک عضو فرضی جدید مثل BE را اضافه کرده به کمک

برهم نهی دو شکل I و II مقدار نیروی عضو AB بدست می آید فقط با این فرضیه F_{BE}

در دو شکل صغیر است

لنر سطح



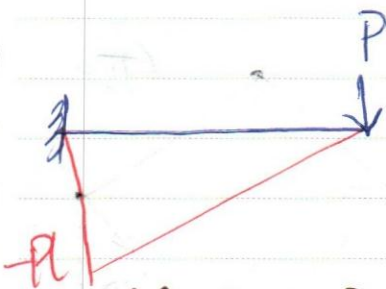
قصہ ۱: (اختلاف شیب دو نقطہ)

$$\Delta\theta = \theta_{B/A} = \theta_B - \theta_A = \int_A^B \frac{M}{EI} dx$$

* دیگر اہم مہم صرفاً بین A و B لازم است.

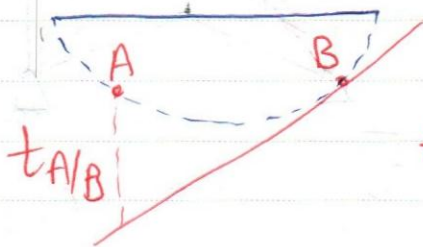
$M (+) \rightarrow \Delta\theta$ مثبتي

$M (-) \rightarrow \Delta\theta$ بار مثبتي



$$\Delta\theta = \theta_{B/A} = \theta_B - \theta_A = \text{مسي}$$

قصہ ۲



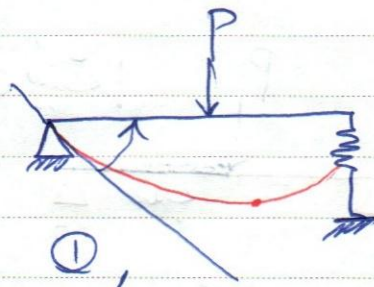
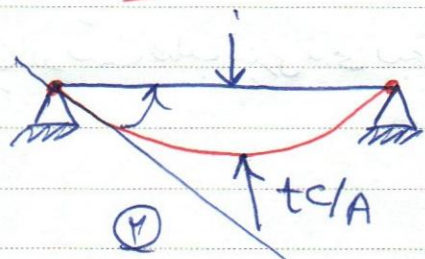
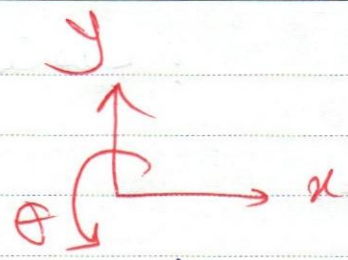
$t_{A/B}$ { + بالی مائل برسی
- بالی مائل برسی

$$t_{A/B} = \text{فاصلہ نقطہ A تا نقطہ B} = \int \frac{(M_{max})}{EI} \cdot d \cdot dx$$

$$= A \times \bar{x}$$

فاصلہ از مرکز ثقلی اول

۲) تکرار داری $\Delta\theta = \int \frac{M}{EI} dx$



مثال

۱) و ۲) یکبار نیست و در حالت ۱ باید میزان $L \cdot \theta = x$ فتر

رابطه θ سی حالت ۲ اضافه کرد

نکات اضافه

۱

۲) استفاده از قضایای گنتر سطح فقط در تیرهای پیوسته صادق است.

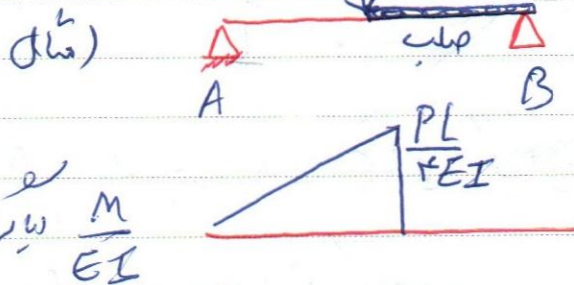


۴۴۴ PCO $\theta_{B/D} = \int \frac{M}{EI} dx$ در $x \rightarrow \theta$
محدود انتگرال را باید ۲ قسمت کرد

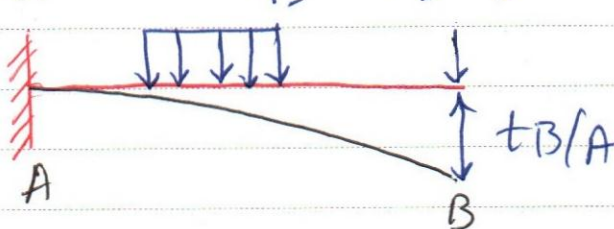
۳) نسبت صلب :

$$\text{صلب} \rightarrow EI \rightarrow \infty \rightarrow \frac{M}{EI} = 0$$

بین دو سمت صلب نیازی به محاسبه همان نیست!



۴) در حالت خاص شما می توانید جایابی و شیب را مستقیماً با استفاده از تکنیک پدیده آورده



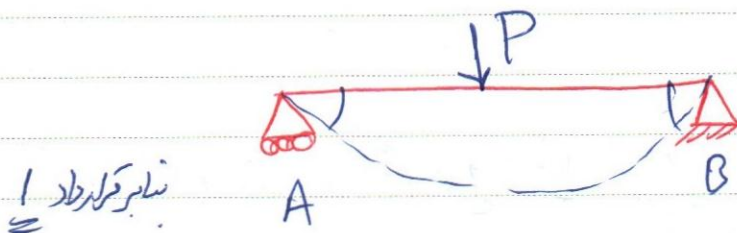
الف) تیر کثول (کانتیلور)

نقطه‌ی B لازماً
انتهای تیر نیست!

$$|t_{B/A}| = |y_B|$$

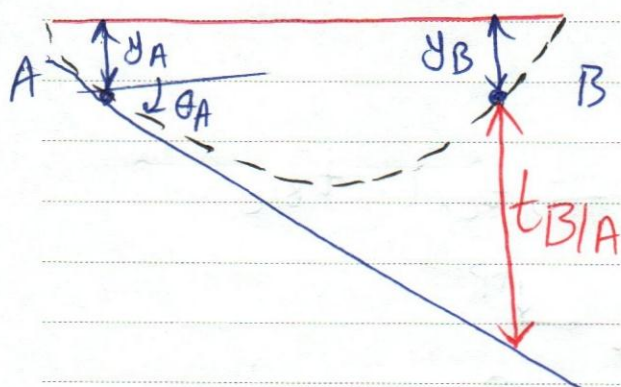
$$\theta_{B/A} = \theta_B$$

ب) حالت متقارن



$$\theta = \theta_B = -\theta_A \rightarrow \theta_{B/A} = 2\theta = \int \frac{M}{EI} dx$$

⑤ محاسبی شیب و جابجایی به روش غیر مستقیم (اندازه)



$$y_A + \theta_A L = y_B + t_{B/A}$$

هدف: y_A

$$y_A = y_B - \theta_A L + t_{B/A}$$

بیمک دایریم همان

نتیجه: برای محاسبی جابجایی در یک نقطه (A) نیاز به داده‌ی اضافی داریم

شیب همان نقطه: θ_A

جابجایی نقطه‌ی دیگر بخواه: y_B بهترین نقطه

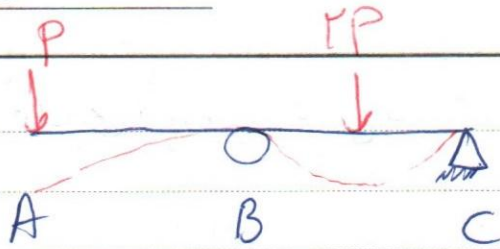
سوال: θ_A و y_B را باید، شما فقط باید با استفاده از قضیه اول بدست آورد.

$$\Delta \theta = \theta_{A/C} = \theta_A - \theta_C = \int \frac{M}{EI} dx$$

باید شیب یک نقطه‌ی دیگر را داشت.

سوال بعدی: $\theta_C = ?$ (I) سمت چپ

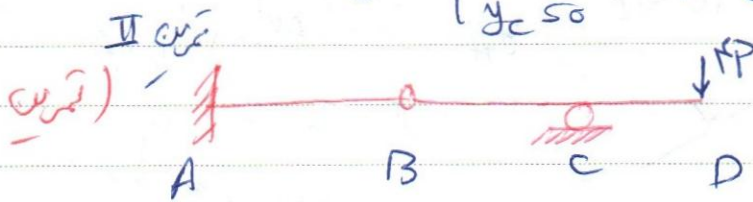
$$y_A + \theta_A L = y_B + t_{B/A} \quad (II)$$



سوال $\therefore y_A$

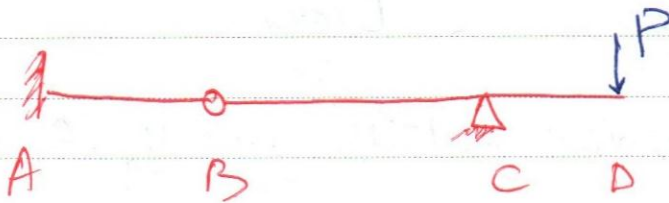
$y_A, \theta_A, y_B = 0$

$$\theta_C \rightarrow \begin{cases} y_B = 0 \\ y_C = 0 \end{cases} \rightarrow \theta_{cal} = t_{B/C}$$



$y_D, \theta_D, y_C = 0$

$$\theta_B \rightarrow \text{نقطه } \theta_B$$



$y_D, \theta_D, y_C = 0$

نقاط مشخصی $\rightarrow \theta_A, \theta_B, \theta_C$

$$\theta_B \rightarrow \text{نقطه } \theta_B \quad \text{نقطه } \theta_B \quad \text{نقطه } \theta_B$$

$y_B, y_C = 0$

$$\theta_B \rightarrow \text{نقطه } \theta_B$$

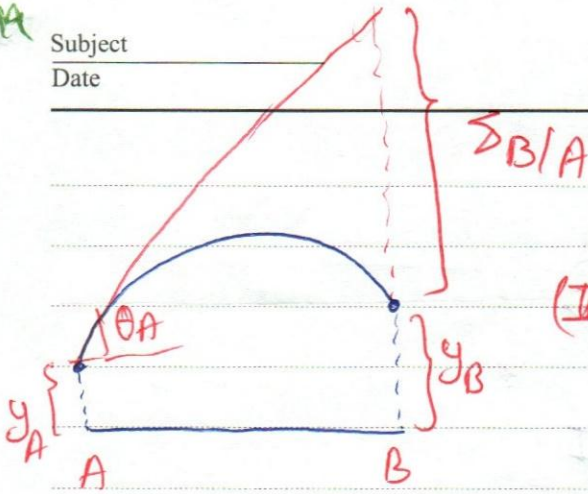
چون شیب در هر دو طرف برابر است.

راه حل غلط

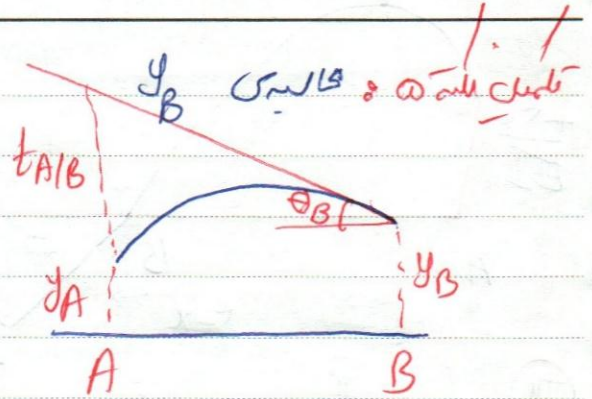
نقطه

14

Subject
Date



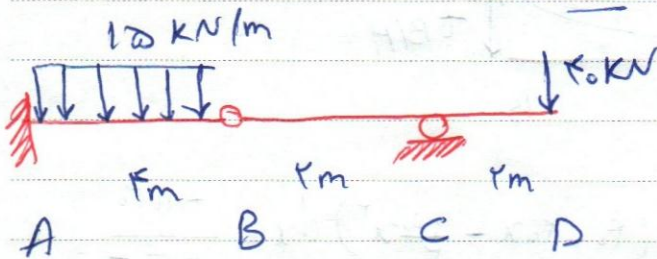
(II)



$$y_A + \theta_A \times L = y_B + t_{B/A}$$

$$y_B + \theta_B \times L = t_{A/B} + y_A$$

بجوب اندازہ



سہارا کے تحت (نقطہ)

$$E = 2 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$$

$$I = 20000 \text{ cm}^4$$

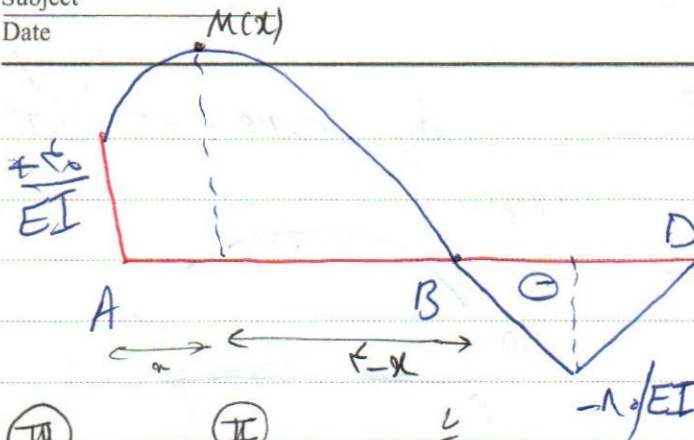
BD کے لیے :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum M_B = 0 \rightarrow R_C = 10 \text{ kN} \\ \sum F_y = 0 \rightarrow V_B = 10 \text{ kN} \end{array} \right.$$

AB کے لیے :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum M_A = 0 \rightarrow M_A = 10 \times 2 - 10 \times 4 \times 2 = -60 \\ \sum F_y = 0 \rightarrow R_A = 10 \text{ kN} \end{array} \right.$$

$$M_{AB}(x) = 10x - \frac{10}{2} x^2$$



③ y_D → مورد خواسته شده دفرانسیه
② θ_C, y_C / θ_D, y_C → شیب و جابجایی این نقطه معلوم
① y_B, y_C

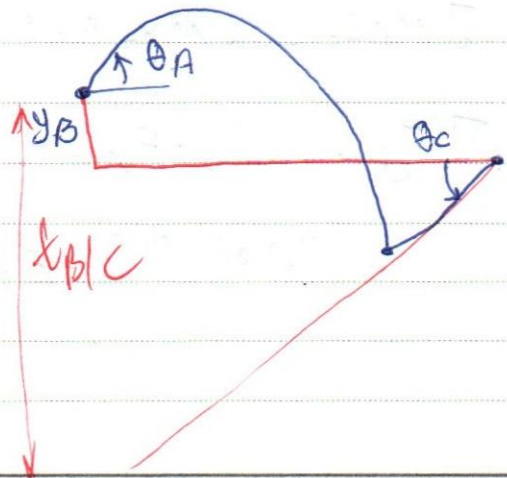
I) $y_B = ?$



$$y_B = t_{B/A} = \frac{1}{EI} \int_0^L (L-x) \left(20 + 20x - \frac{10}{L}x^2 \right) dx = \frac{+1120}{3EI}$$

در این مثال همی جهت را مثبت در نظر گرفتیم در این حالت اگر B بالاتر از ما باشد از A است اگر جواب اشتغال معنی شد یعنی B باید پایین تر از ما باشد.

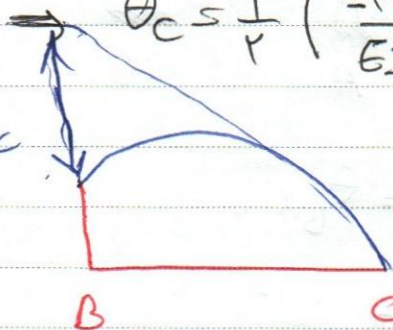
II) $\theta_C = ?$



$$2\theta_c + y_B = t_{B/C} = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \times (-10) \times 2 \times \frac{2}{3} \times 2 \right) = \frac{-120}{EI}$$

$$\theta_c = \frac{1}{2} \left(\frac{-120}{EI} - \frac{120}{EI} \right) = \frac{-120}{EI}$$

توجه داشته باشید
که در اینجا
توجه داشته باشید



توجه داشته باشید که در اینجا
توجه داشته باشید که در اینجا

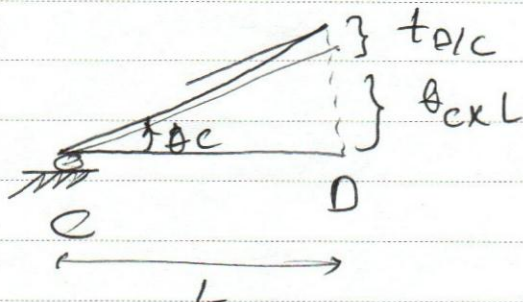
I) انحراف : 

$$t_{D/C} = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \times (-10) \times 2 \times \frac{2}{3} \times 2 \right) = \frac{-120}{EI}$$

II) حرکت :

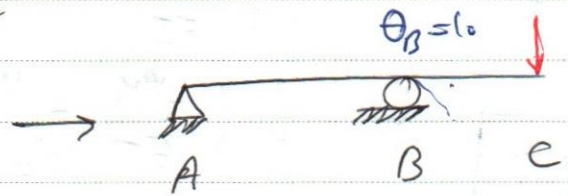
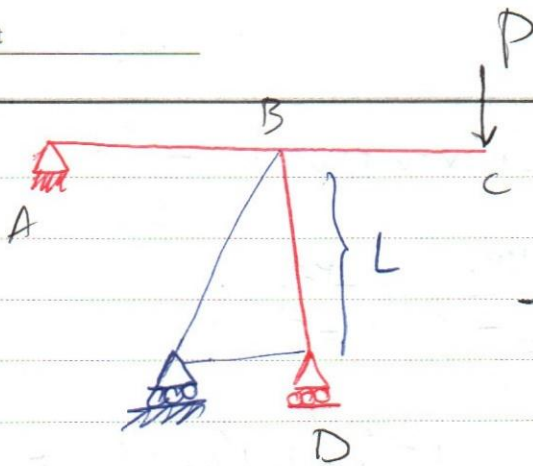
$$|y_D| = |2\theta_c| + |t_{D/C}| = \left| \frac{120}{EI} \right| + \left| \frac{120}{EI} \right| = \frac{240}{EI}$$

II) حرکت :



توجه داشته باشید که در اینجا

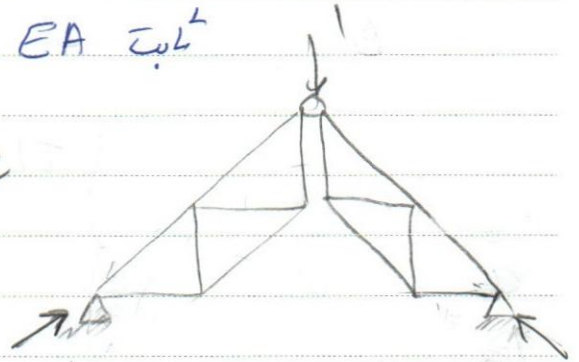
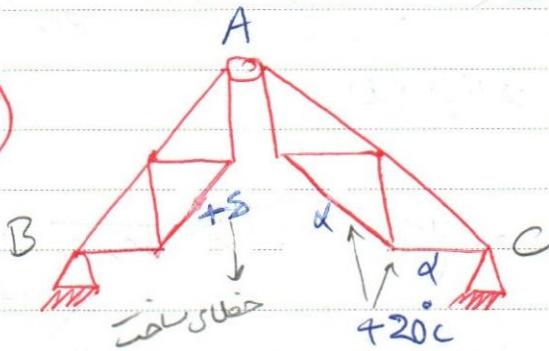
$$y_D = \theta_c \times L + t_{D/C} = \frac{-120}{EI} - \frac{120}{EI} = \frac{-240}{EI}$$



$$\Delta_D = \theta_B \times L$$

$$EA \times \Delta_D$$

(شال)

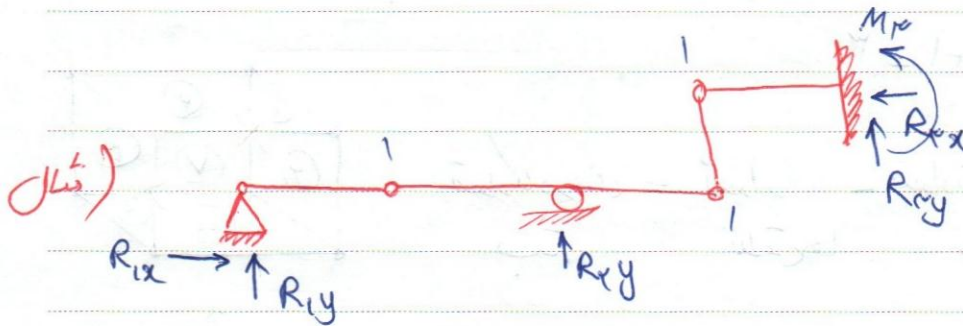


۱- ناپايداري قطعي (حداقل ۳ والس نه يوه)

۲- ناپايداري د ناپايداري هندسي داسې داسې داسې

۳- ناپايداري داخلي د جبري اړيکې

۴- معین وړاندې

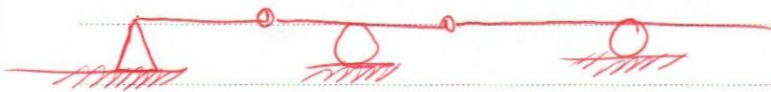


$$r=4 \quad c=3$$

I $r = c + C \rightarrow 4 = 3 + 1 \rightarrow$ معین است

$$f_i = r + r + r = 4$$

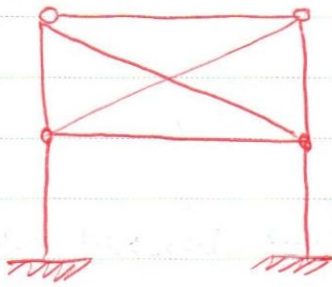
II $n_r = 4 \quad \left. \begin{array}{l} r + f_i = 3 n_r \\ 4 + 4 = 12 \end{array} \right\} \text{معین است}$



$$r=2$$

$$c=1$$

$$f_i = r + r$$



$$M - N + 1$$

(I)

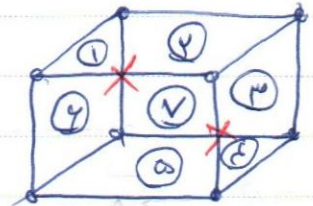
شماره حلقه‌ها
۲ حالت در دره

M : تعداد سبدها
 N : تعداد گره‌ها

$$4 - 6 + 1 = 3$$

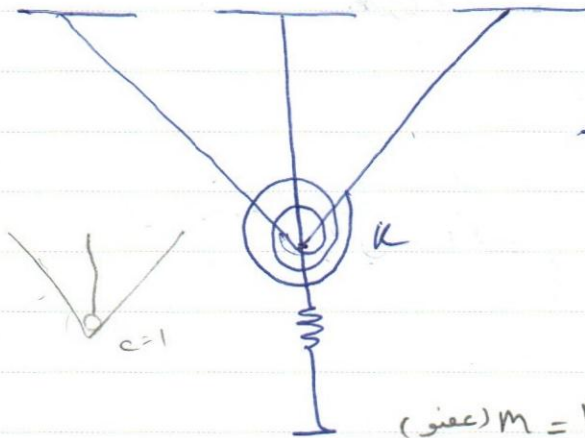
(II)

تعداد بارهای = تعداد - تعداد نواحی محصور
بسته شکلی‌ها داخلی

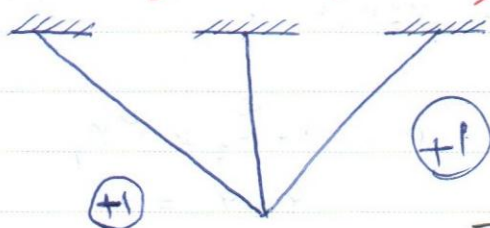


$$7 - 10 + 1 = 5$$

شکل ۳ یعنی نیست
و فقط در یک منطقه است.



درجه‌ی نامعین شکل مقابل را مشخص کنید.



تعداد معادلات
تعداد مجهولات

$$D.I = (3M + R) - (3N + C)$$

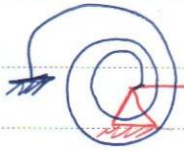
$$\begin{aligned} m &= 4 \text{ (عضو)} \\ R &= 4 \times 3 \text{ (تکانه)} \\ N &= 4 \text{ (گره)} \\ C &= 0 \end{aligned}$$

$$= (4 \times 3 + 4) - (4 \times 3 - 0)$$

$$= 4 + 1$$

$$K + r - (n + r) = 0 \Rightarrow L$$

TA - 12/13

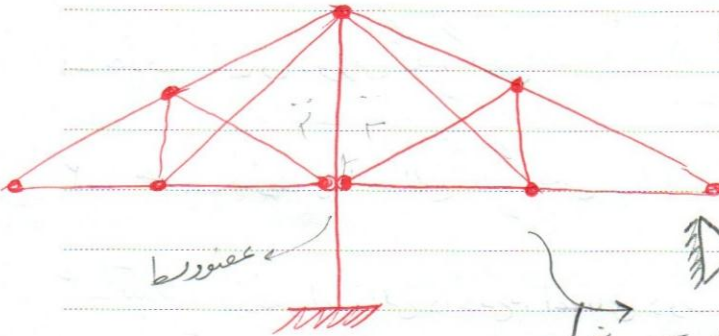


$$D.I. = ?$$

$$R = 4$$

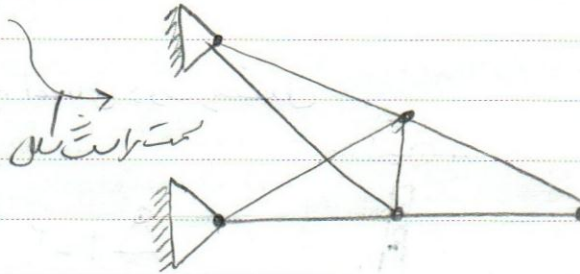
$$\sum M, \sum F_y = 0 \Rightarrow r \sim n$$

$$\Rightarrow D.I. = 4 - 3 = 1$$



$$D.I. = ?$$

u

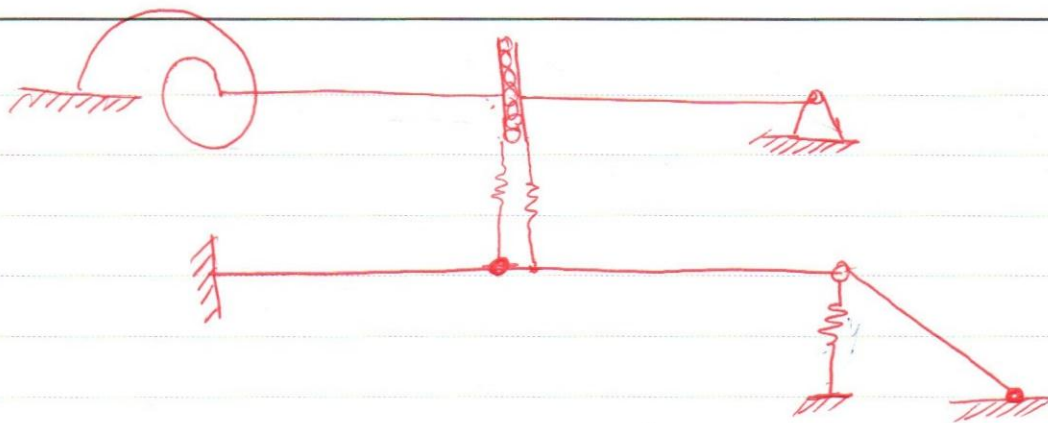


$$M = 4$$

$$N = 0$$

$$R = 4 + 2 = 6$$

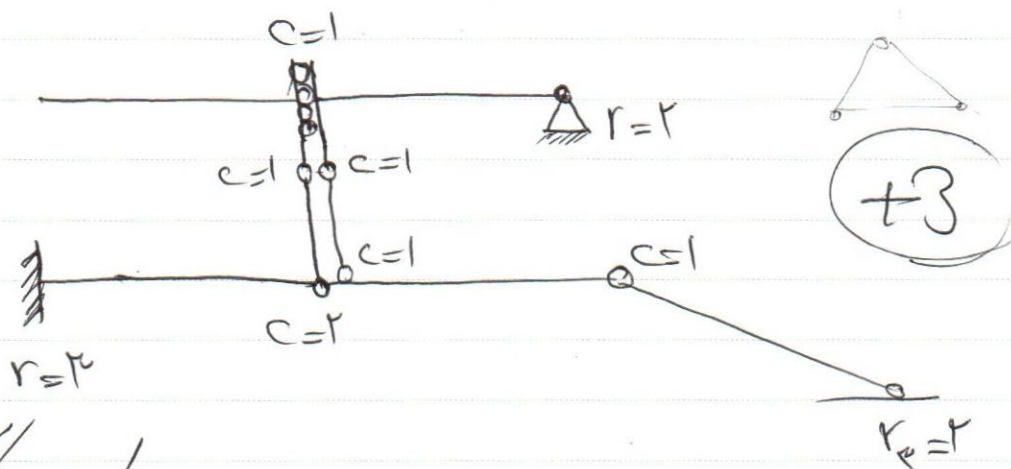
$$D.I. = M + R - 2N = 4 + 6 - 2 \times 0 = 10 \quad D.I. = 2 \times 1 = 2$$



۱- حذف فنرهای دوران کننده

۲- حذف فنرهای انتقالی کننده

۳- تبدیل دوفتر انتقالی داخلی به اعضای دوفتر مفصل

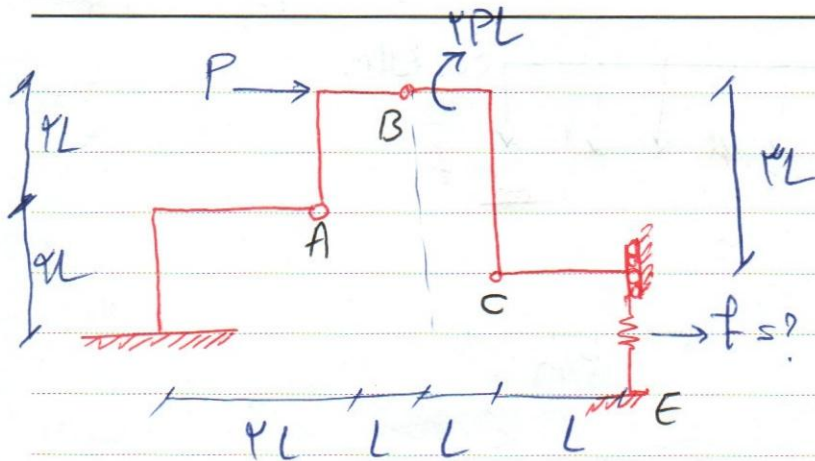


تعداد عناصر المکمل = $2 + 3 + 2 = 7$

تعداد معادلات شرط = $C = 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 7$

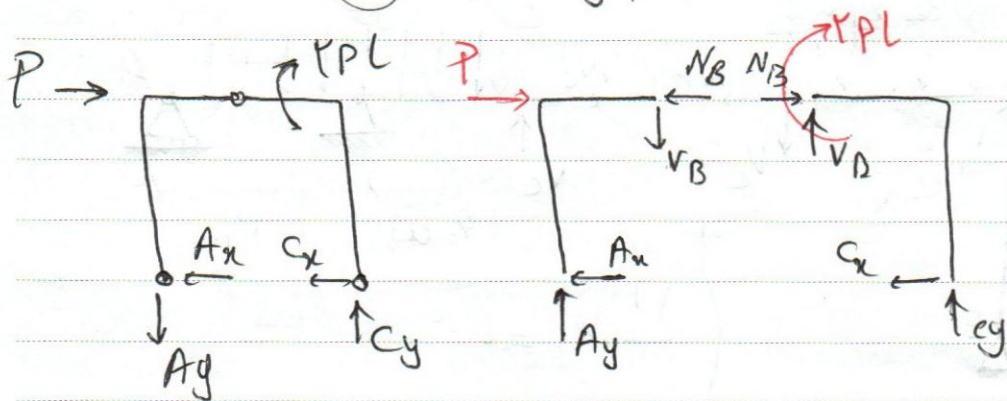
تعداد حلقه $K \leq 1$ $DI = (3K + 1) - (C + 3) + 3$

$$= (7 \times 3 + 1) - (7 + 3) + 3 = 3$$



$$\sum M_A = 0 \rightarrow P \times 2L + 2PL + C_y L - C_x \times 2L = 0$$

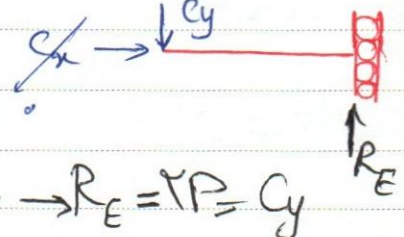
$$(1) \quad C_x - 2C_y + P = 0$$



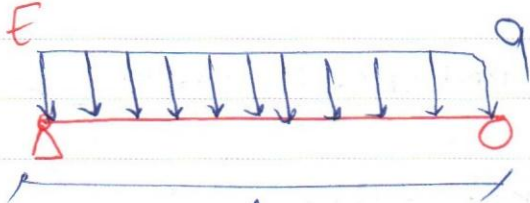
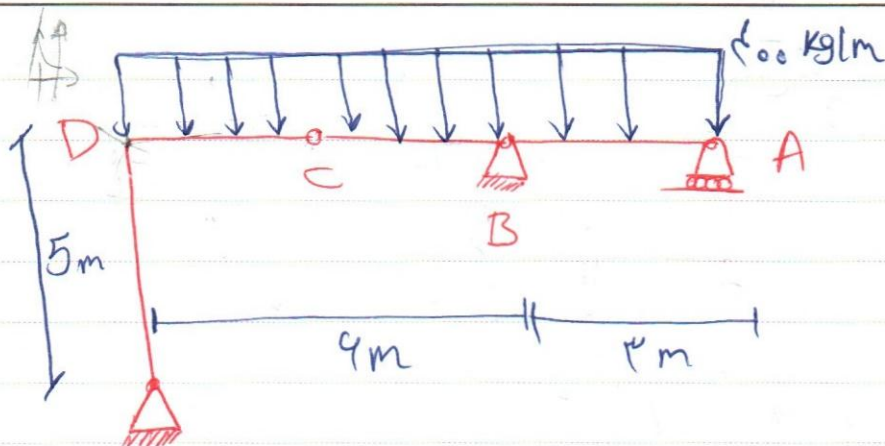
$$(2) \quad \sum M_B = 0 \rightarrow 2PL + C_x \times 2L - C_y \times L = 0$$

$$\Rightarrow C_x - C_y + 2P = 0 \quad (2)$$

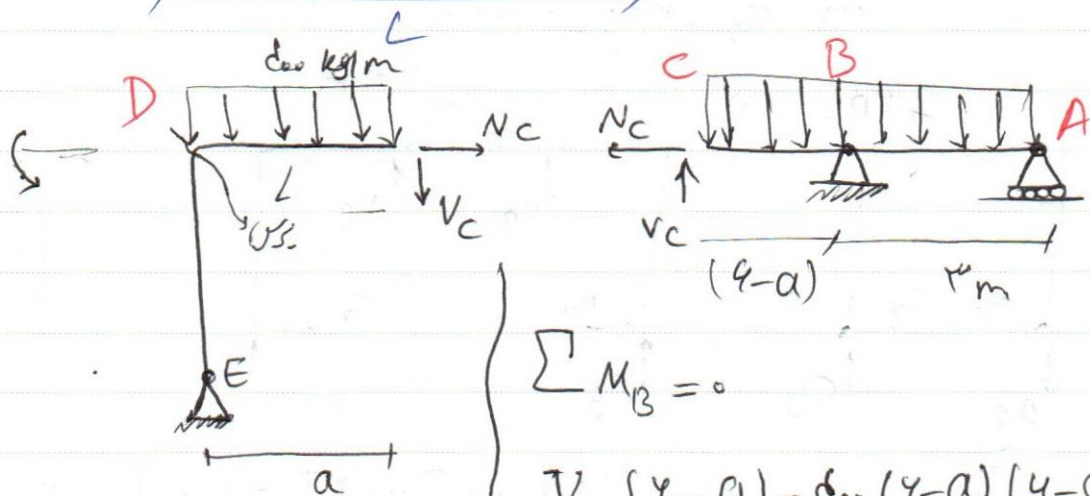
$$2P \rightarrow C_y = 2P \uparrow$$



$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_E = 2P = C_y$$



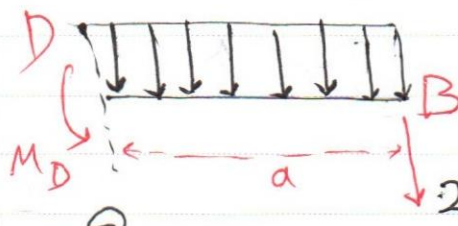
$$\frac{9L^4}{\lambda} = M_{\max}^4$$



$$\sum M_B = 0$$

$$V_c (y-a) - f_{00} (y-a) \left(\frac{y-a}{y} \right) = 0$$

$$V_c = \psi_n(\psi_n - a)$$



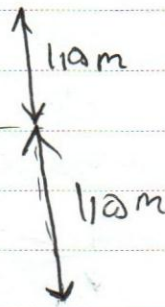
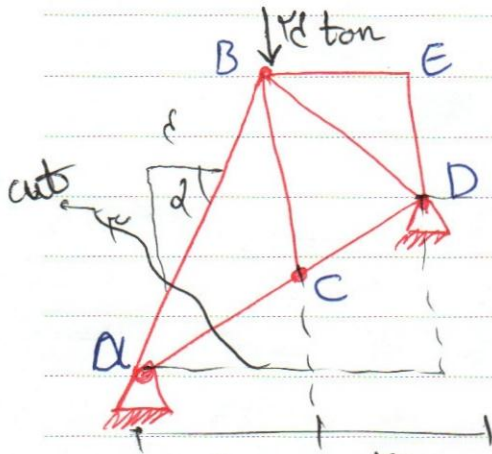
$$|M_{max}| = M_D = \ln\left(\frac{a}{y}\right) + \ln(4-a)a$$

$$\approx 1400 \text{ a} \checkmark$$

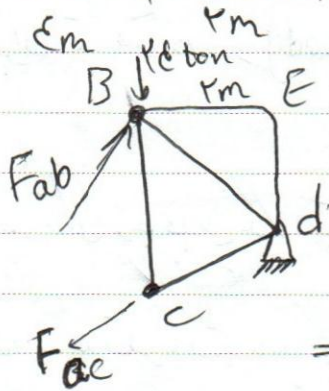
$$|M_{max}^+| = \frac{r_0 \cdot (Y-a)^2}{2} = \frac{r_0 \cdot (Y-a)^2}{2}$$

$$|M_{max}^+| = |M_{max}^-| \rightarrow r_0 \cdot a = \frac{r_0 \cdot (Y-a)^2}{2} \rightarrow a^2 - 2Ya + Y^2 = 0$$

$$a = Y \quad \checkmark$$



تقریباً BED مثلثات
 $F_{AB} = ?$



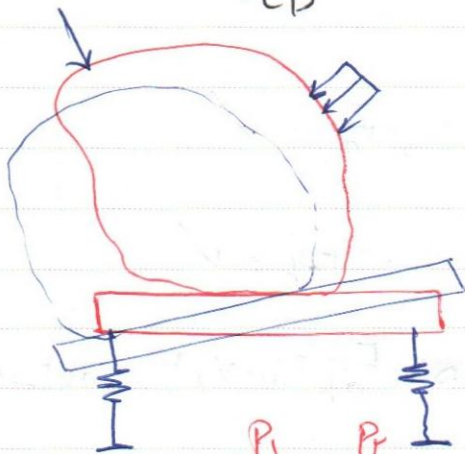
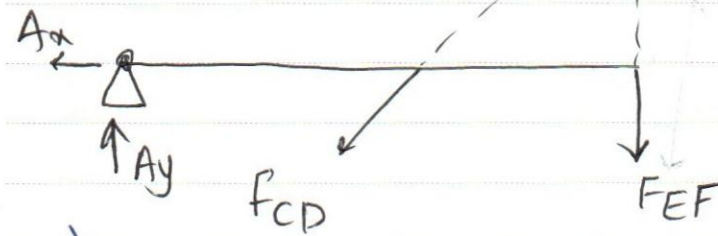
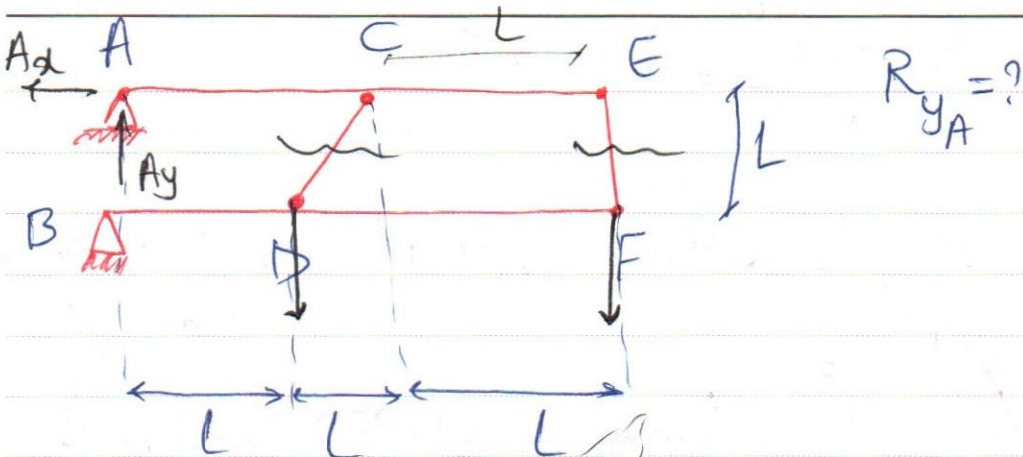
$$\sum M_D = 0 \rightarrow F_{AE} = \checkmark$$

$$\rightarrow F_{AB} = \checkmark$$

$$\Rightarrow F_{AB} \cos \alpha \times 11 + F_{AB} \sin \alpha \times r - r \times t = 0$$

$$F_{AB} \times \frac{r}{a} \times 11 + F_{AB} \times \frac{r}{a} \times r - r \times t = 0$$

$$\rightarrow F_{AB} = r_0 \text{ ton } \checkmark$$



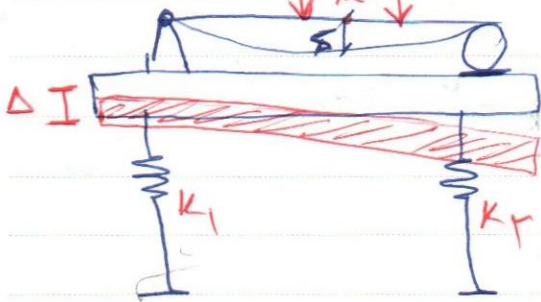
* بیشتر حالات فرد در و rigid body حل شود.

* زمانی که تغییر شکل و جابجایی یک نقطه خاص

از یک سازه مد نظر باشد باید جمع مقدار جابجایی

دارد فنر + تغییر شکل خود جسم مد نظر باشد.

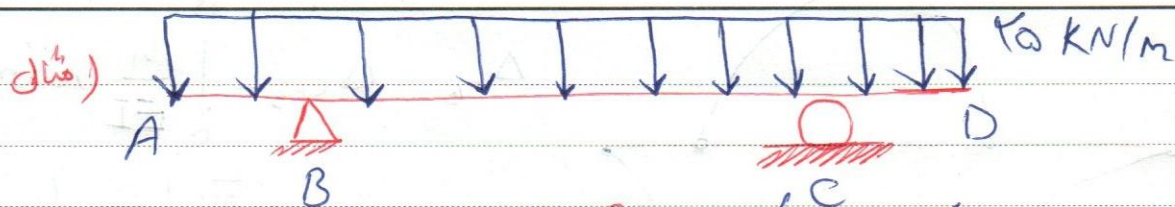
$$def_{\text{em}} = \delta + \Delta$$



9

Subject:

Year. Month. Date. ()



$E = 2000 \text{ GPa}$, $I = 500 \times 10^6 \text{ mm}^4$. $\Delta_{\text{max}} = ?$

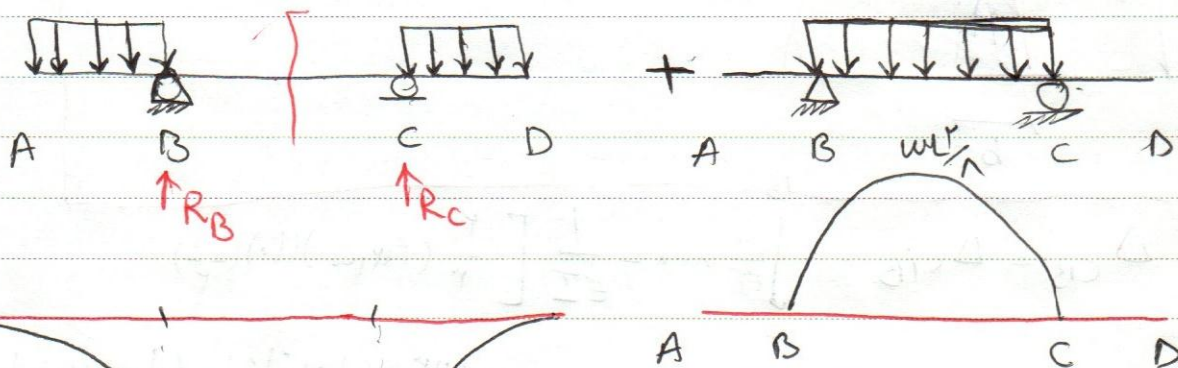
Free body diagram of segment AB (length x):

$$M(x) + q_0 x \left(\frac{x}{2} \right) = 0$$

$$M(x) = -\frac{1}{2} q_0 x^2 \quad 0 \leq x \leq 4$$

Free body diagram of segment BC (length x):

$$M(x) = -\frac{1}{2} q_0 x^2 \quad 0 \leq x \leq 2$$



$$\sum M_C = 0 \rightarrow q_0 \times (4) \left(10 + \frac{4}{2} \right) - R_B \times 10 - q_0 (2) \left(\frac{2}{2} \right) = 0$$

$$\rightarrow R_B = 44/10 q_0 \text{ kN}$$

Free body diagram of segment CD (length x):

$$M(x) + q_0 (4) \left(\frac{4}{2} + x \right) - 44/10 q_0 x = 0$$

$$M(x) = (44/10 q_0 - q_0) x - 11 q_0$$

$$M(x) = -1/10 q_0 x - 11 q_0 \quad 0 \leq x \leq 4$$

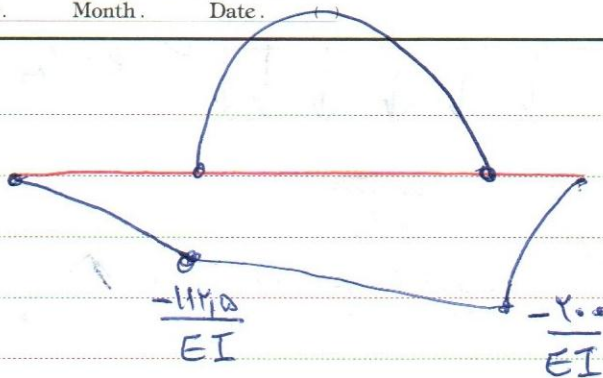
Subject:

Year.

Month.

Date.

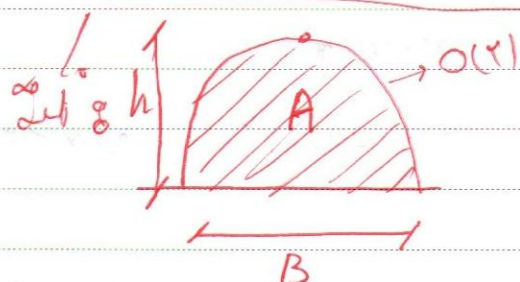
10



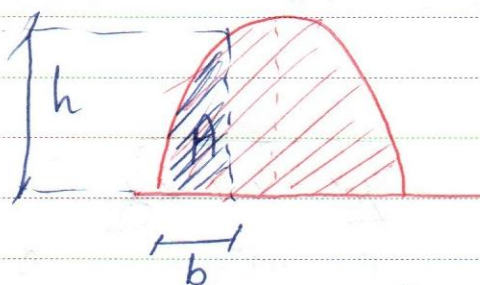
$$\Delta_{CB} = \Delta_{C/B} = \int_C^B \frac{M}{EI} x dx$$

$$= \bar{x} \int_C^B \frac{M}{EI} dx$$

$$\frac{M}{EI} = \frac{l}{\rho} = y^2$$



$$A = \frac{\pi}{4} b h$$



$$A = \frac{1}{4} b h + \frac{\pi}{4} b h'$$

$$\frac{w b^2}{4}$$

$$\Delta_{CB} = \Delta_{C/B} = \int_C^B \frac{M}{EI} x dx = \frac{1}{EI} \left[\frac{\pi}{4} (14\pi\omega) (l) \left(\frac{l}{4}\right) \right]$$

$$- (14\pi\omega \times l) \left(\frac{l}{4}\right) - \left(\frac{1}{4} \times 14\pi\omega \times l \times \frac{l}{4}\right)$$

$$\Delta_{C/B} = \frac{14\pi^2\omega l^2}{EI}$$

$$\Delta_{C/B} = l_{BC} \times \theta_B \Rightarrow \theta_B = \frac{14\pi^2\omega l}{EI}$$

$$\theta_{MB} = \int_B^M \frac{M}{EI} \cdot dx = \theta_{M/B}$$

Subject:

Year. Month. Date. ()

$$\theta_{m/B} = \theta_B = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{r} (11 \alpha x_m - 11 \alpha x_m^r) x_m + \frac{r}{r} \frac{(10 \alpha x_m^r) x_m}{1} \right] +$$

$$- 11 \alpha x_m - \frac{1}{r} (11 \alpha x_m) x_m = \frac{11 \alpha x_m}{EI}$$

المساواة $\Rightarrow x_m = \frac{11 \alpha r}{11 \alpha} m$

$$\Delta_{max} = \Delta_{B/m} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{r} (11 \alpha x_m) (11 \alpha x_m) (11 \alpha x_m) + \frac{r}{r} (11 \alpha x_m) \cdot \frac{x_m^2}{r} \right]$$

$$- 11 \alpha x_m - \frac{1}{r} (11 \alpha x_m) (11 \alpha x_m) x_m$$

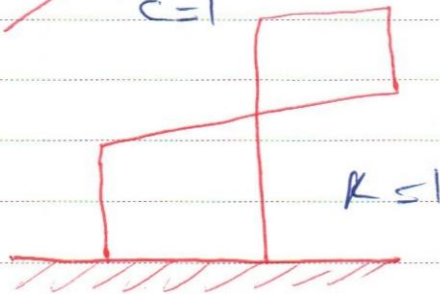
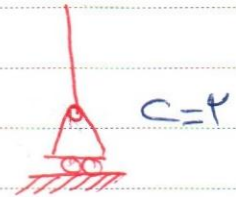
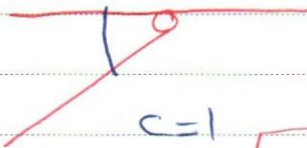
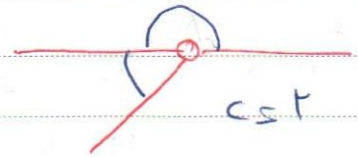
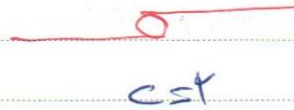
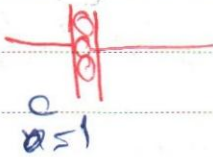
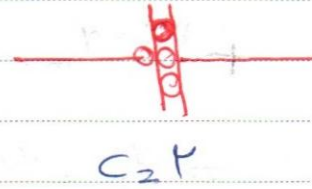
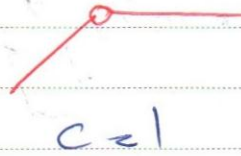
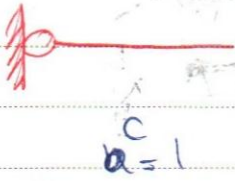
$$\Delta_{max} = \frac{11 \alpha x_m^2}{EI}$$

Subject:

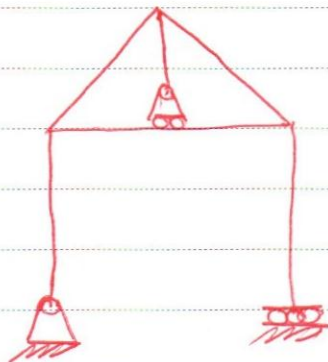
Year: Month: Date: ()

12
دراسة الحالة 1، 2، 3

$$n = (3K + r) - (c + 3)$$



(12)

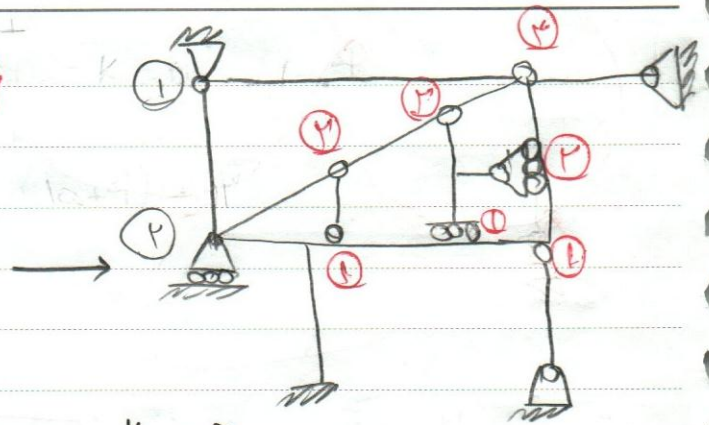
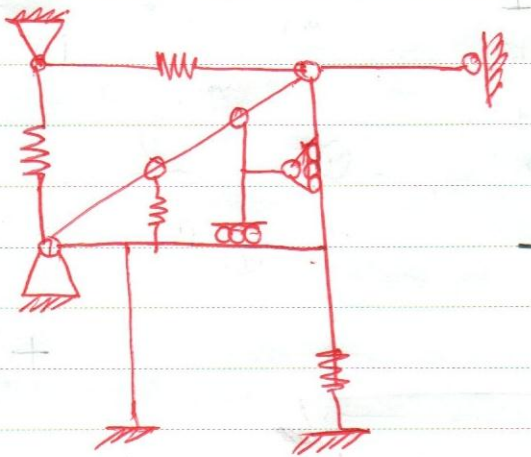


$$\begin{cases} K=2 \\ r=2 \\ c=2 \end{cases}$$

$$n = (3K + r) - (c + 3) = 0 \quad \checkmark$$

Subject:

Year. + Month. Date. ()

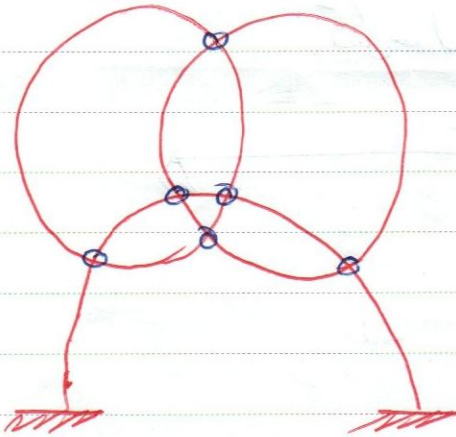


$$K = 5$$

$$r = K + 1 + 1 + 1 + 1 = 10$$

$$C = K + 1 + 1 = 10$$

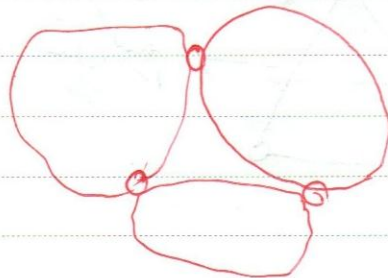
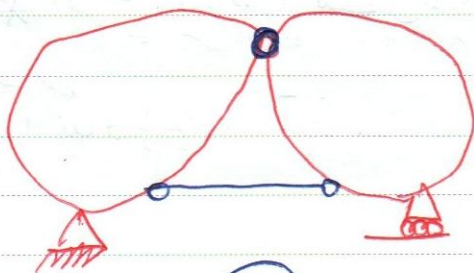
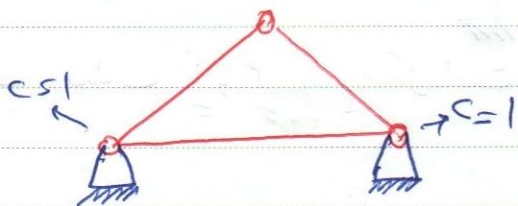
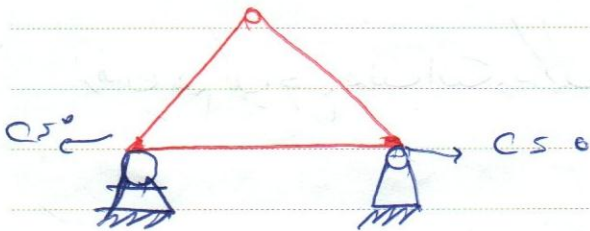
$$n = V \checkmark$$

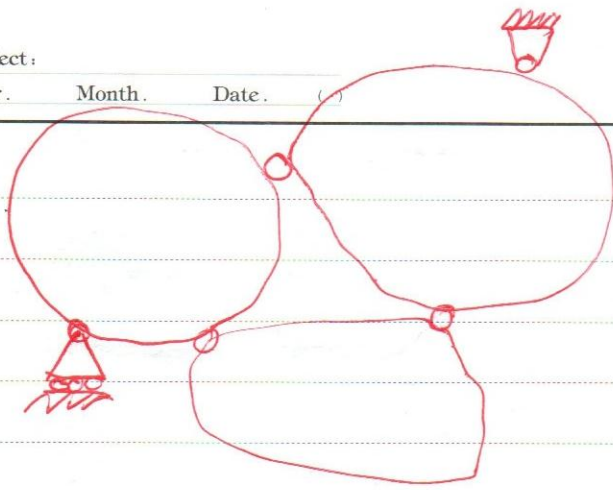


$$K = 4$$

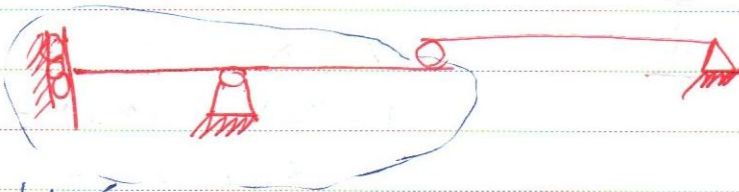
$$r = 4$$

$$C = 1$$





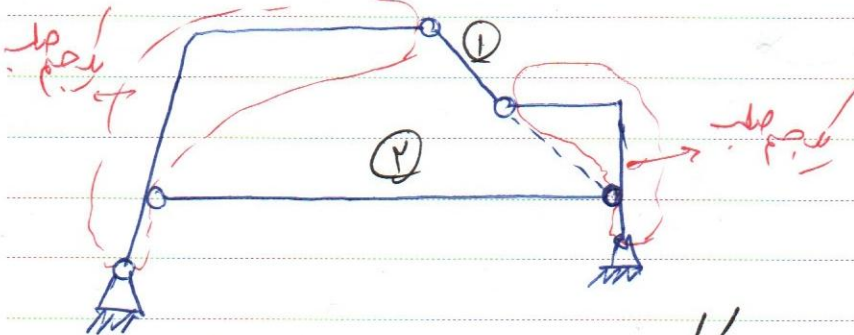
(مثال)



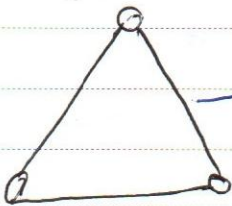
• $\frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}$ ✓

↓ Sugar

۱۰ به این هم یادگار است .



زمن هم یک جسم است و در یک ۲ جسم صلب ۱ و ۲ هم مستقل است

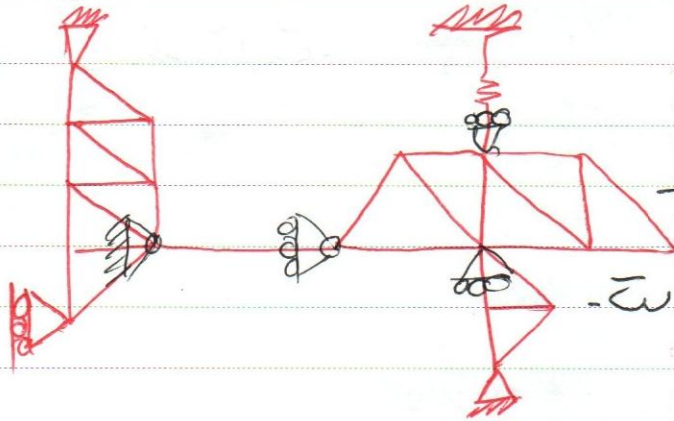


* ابرہہ و امیہ را با ۳ مفضل غنیم را با ۲۵ مفضل

آنها باید هستند.

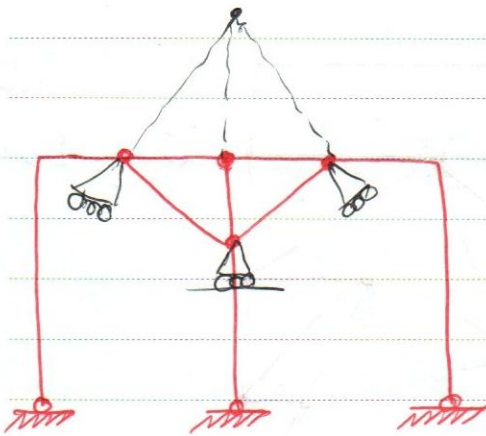
Subject :

Year . Month . Date . ()

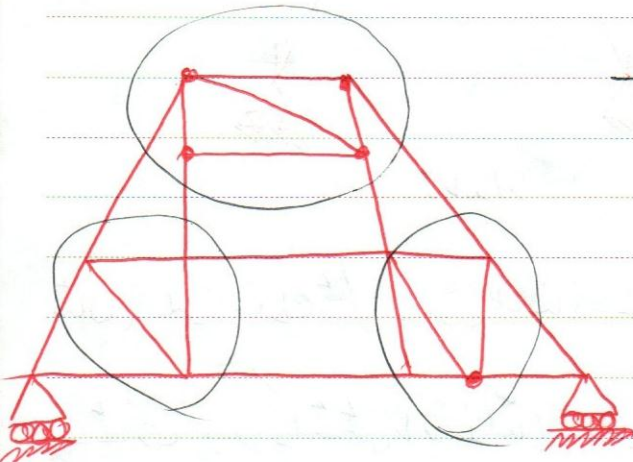


→ نا بایدار است

چون با ۳ غلتک هم در جابجایی شده است.



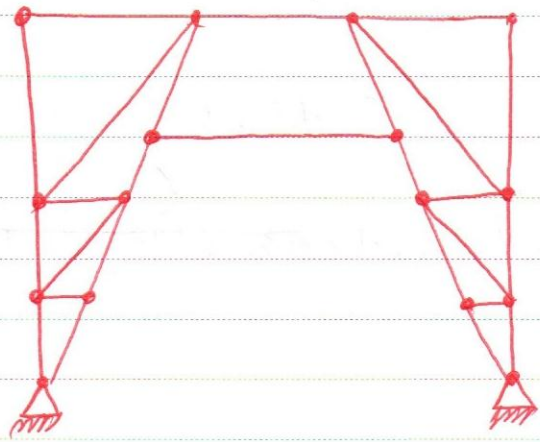
→ سازه نا بایدار است.



→ اتصال ۳ جسم صلب به یک

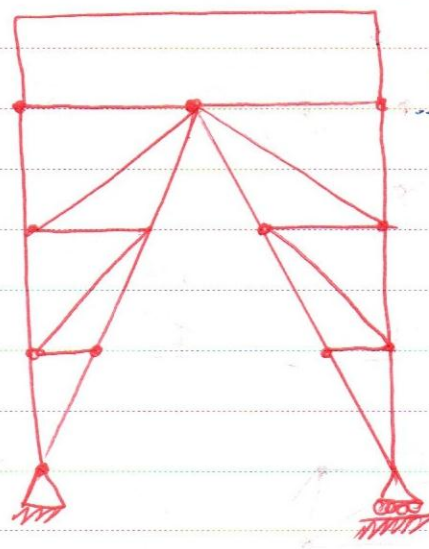
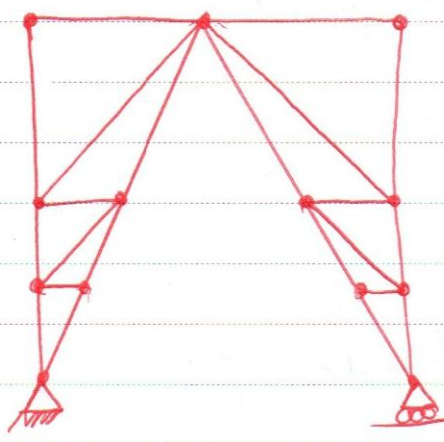
۴ مصلی ← سازه نا بایدار است.
(خفا)

→ سازه نمایدار است.



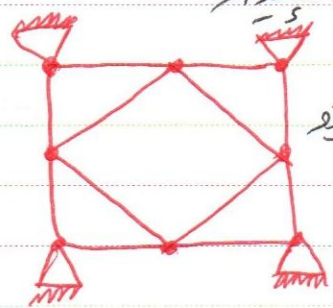
مثال ۱

سازه گزینا هستند



نمایدار

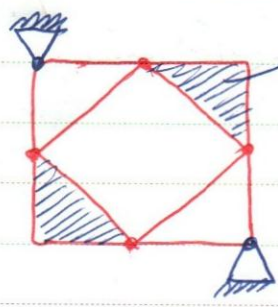
نمایدار



مثال ۱ طبقه تبارک شکل، نیروی اعضاء عضو کی او ۲ یعنی توانستند

فشاری یا خورد کششی باشند اما از طرفی با هر استدلالی اگر ثابت

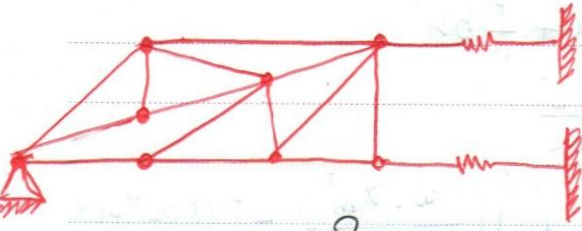
گشتم ۱-۲-۳ فشاری است، با همان استدلال عضو دیگر هم فشاری است و به تناقض می‌رسیم



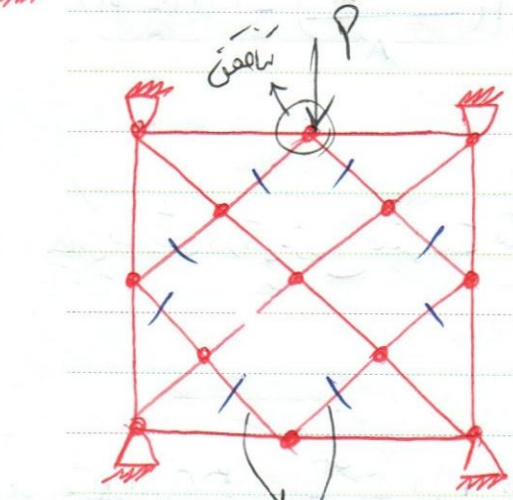
مانند اعضای نیروی عمل نمی کنند

تاییدار

روش استرال گیری مستقیم



مثال تاییدار و دو درجه نامعین است



مثال سازهی خراب است

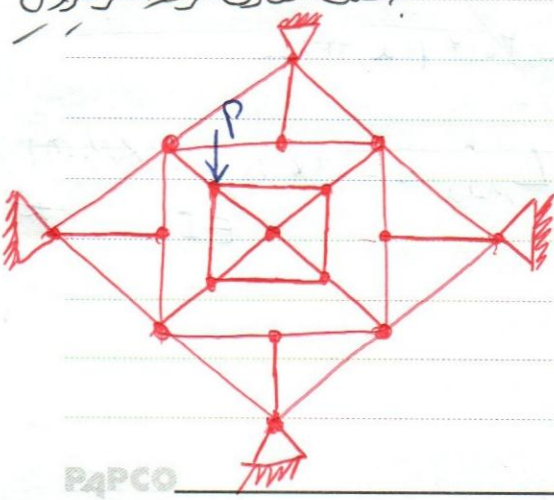
تاییدار است

اگر ما بیشترین مفصل K شکل را بفرستیم در نظر

بگیریم و بار P را در بالا وارد کنیم سازه تاییدار است.

به علت تقارن هر دو عضو نیروی

مثال سازه خراب است

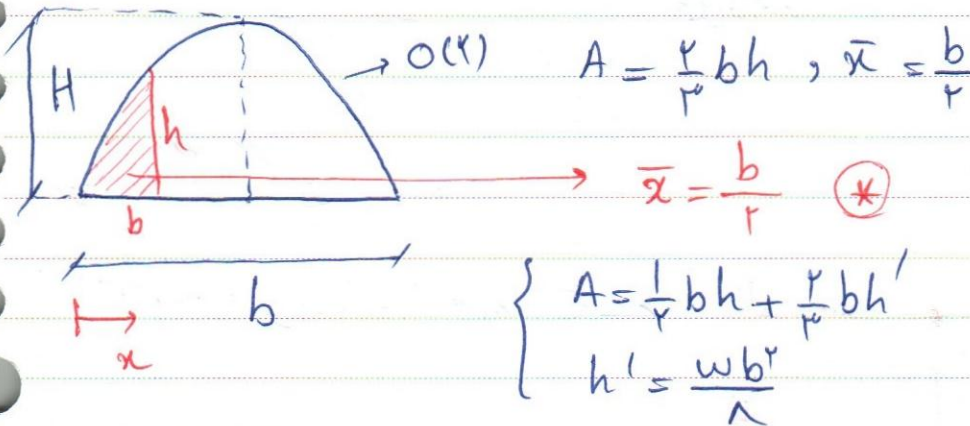


مربع وسط چهار عضو دو نیروی مهار شده

است بنا بر این اگر بار P را مطابق شکل وارد کنیم

سازه تاییدار می شود

نکات مهم استخوان ← rigid body + فنرها + بارهای معلق



$$= \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} (24 \times x_m - 2 \times x_m^2) x_m + \frac{\pi}{3} (x_m) \left(\frac{50 \times x_m^2}{\lambda} \right) - 24 \times 2.04 + \frac{1}{2} 117 x_m \times x_m \right]$$

جانب به بیش در سرتوز صفر است بشیرین در سرتوز است.

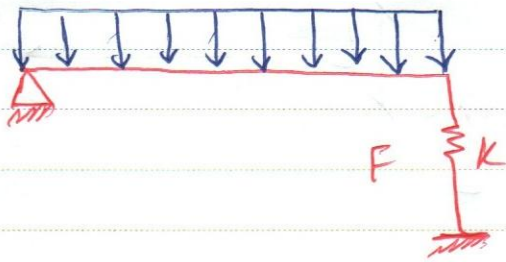
$$S_m = 0 \rightarrow x_m = 0.143 \text{ m}$$

$$\Delta_{max} = \frac{1}{EI} \left(-24 \times (0.143) + \frac{1}{2} (172.17) \left(\frac{0.143}{2} \right) + \frac{\pi}{3} (0.143) \left(\frac{50 \times 0.143^2}{\lambda} \right) \left(\frac{0.143}{2} \right) - 2.04 (0.143) + \frac{1}{2} (454.1) (0.143) \left(\frac{0.143}{2} \right) \right) = \Delta_{max} = -14.11 \text{ mm} \quad \left(\frac{\text{KN} \cdot \text{m}^2}{EI} \right)$$

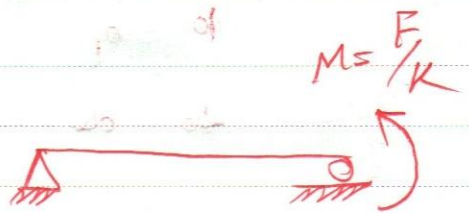
19

Subject :

Year . Month . Date . ()



نتیجه



Subject:

Year:

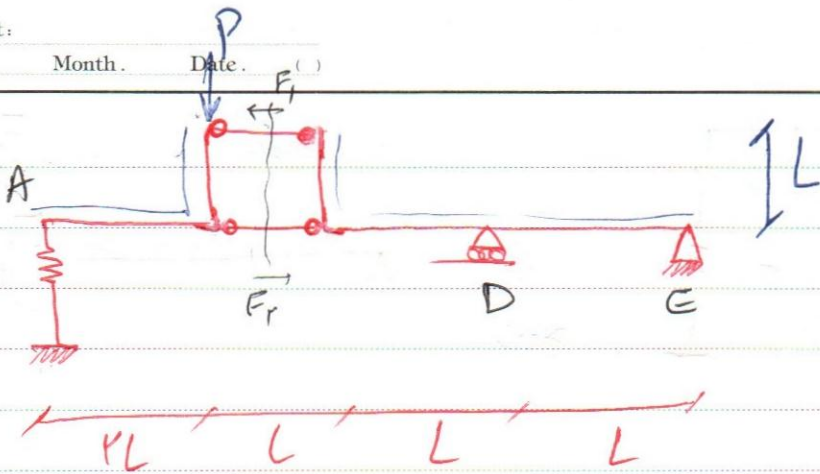
Month:

Date:

()

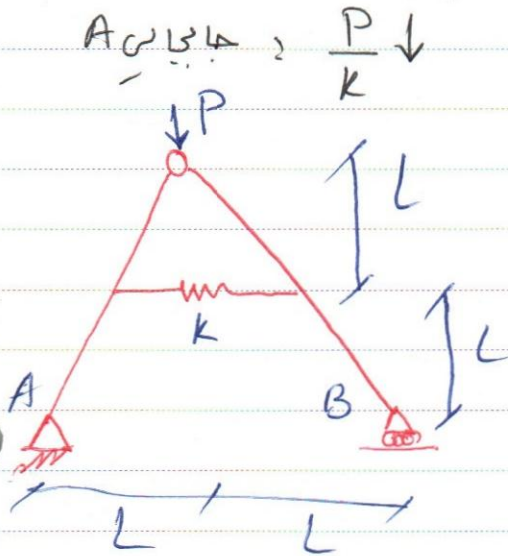
چهارشنبه ۳۰ شهریور ۱۳۹۳

مسئله



$$\sum M_A = 0 \rightarrow F_1 = 2P, \rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow F_r = 2P$$

$$\text{بالای پین راست} \rightarrow \sum M_E = 0 \rightarrow R_D \times L = F_1 \times L \rightarrow R_D = 2P \uparrow$$

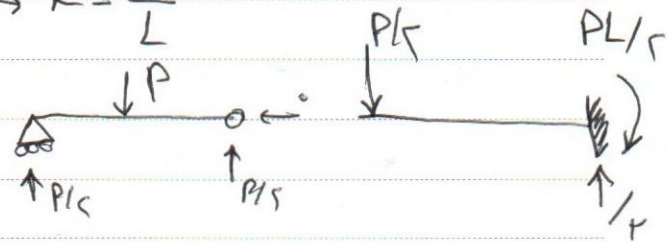
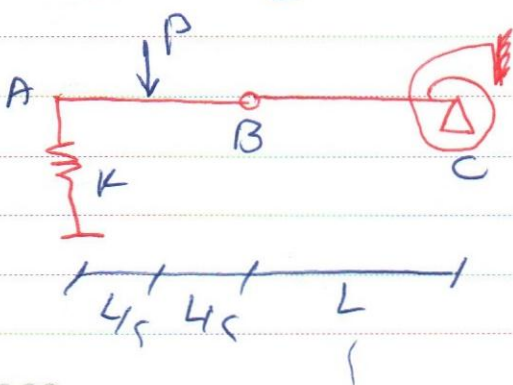


$$\sum M_A = 0 \quad R_B = \frac{P}{2}$$

$$\sum M_C = 0 \quad \text{نیوتن} = \frac{P}{2}$$

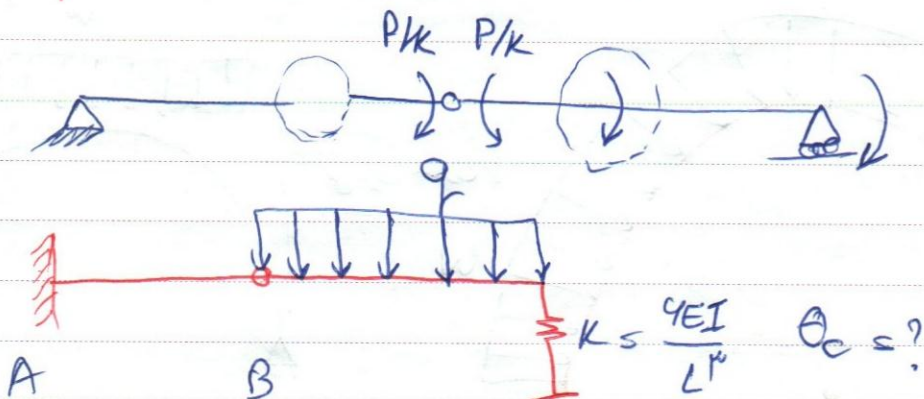
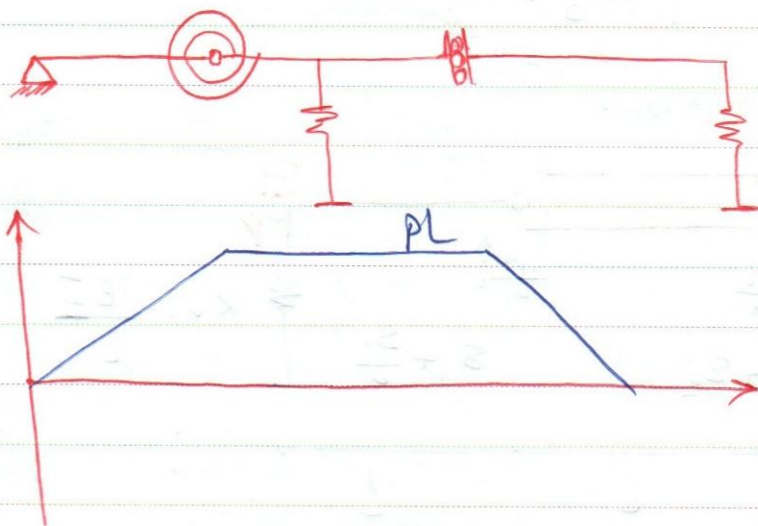
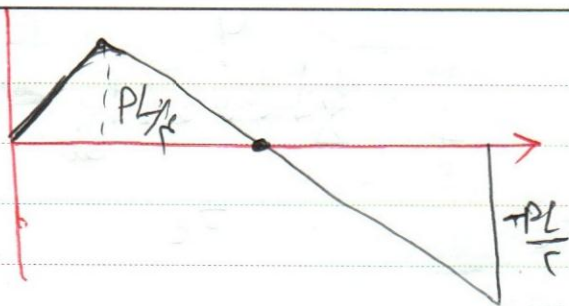
$$\Delta = \frac{PL}{EA}$$

$$\rightarrow K = \frac{EA}{L}$$



Subject :

Year . Month . Date . ()

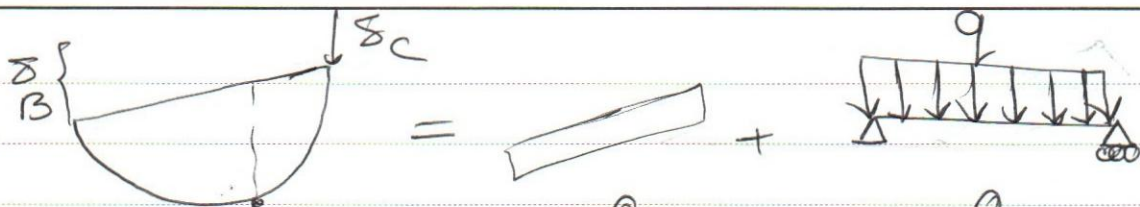


$$\delta_B = \frac{ql^3}{4EI}, \quad \delta_C = \frac{ql^3}{\frac{4EI}{L^3}} = \frac{ql^3}{12EI}$$

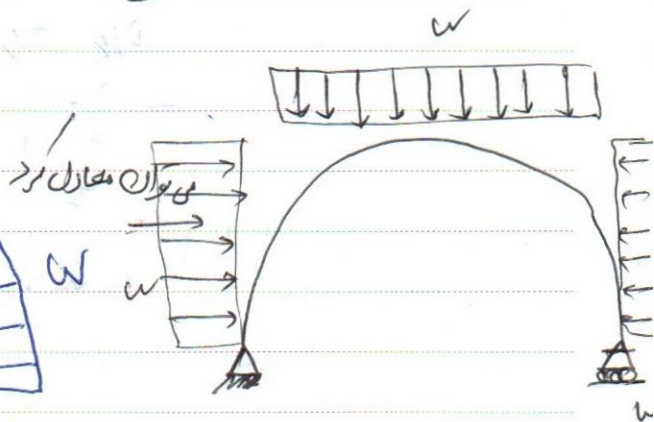
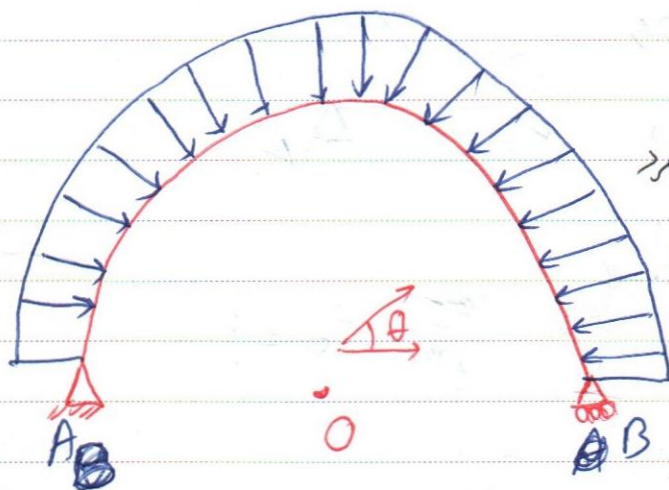
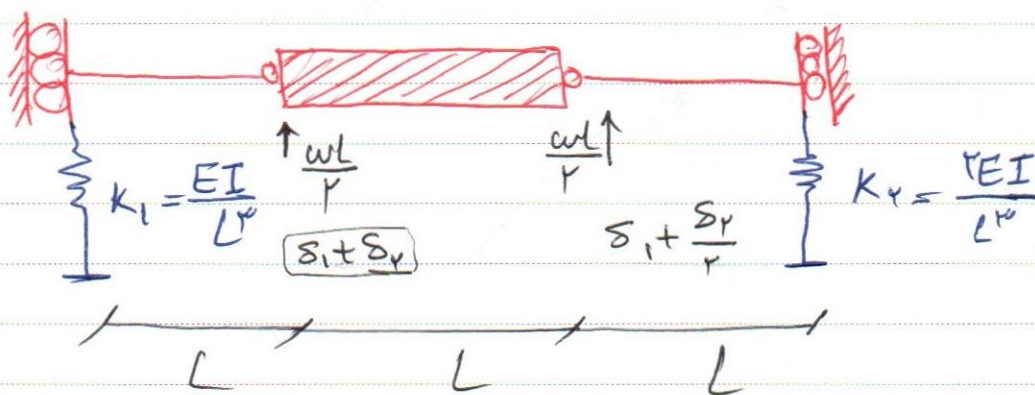
Subject:

Year. Month. Date. ()

22



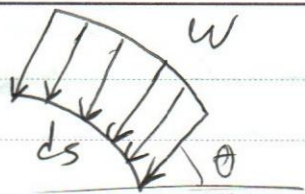
$$\frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{w}{EI} \rightarrow \begin{cases} y_B = \delta_B \\ y_C = \delta_C \\ M_B = 0 \\ M_C = 0 \end{cases}$$



$$\sum M_O = 0 \rightarrow R_A \times r - R_B \times r = 0 \rightarrow R_A = R_B$$

Subject :

Year . Month . Date . ()



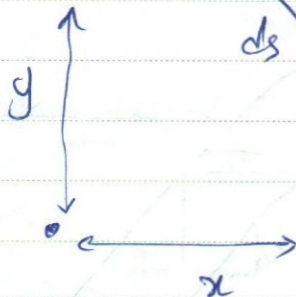
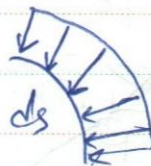
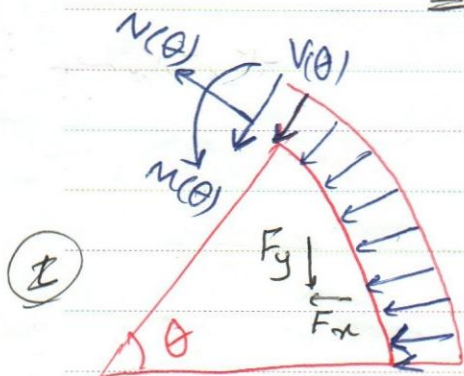
$$dF_x = -w ds \cos \theta = -wr d\theta \cos \theta$$

$$F_x = \int_0^{\pi} -wr \cos \theta d\theta = -wr \sin \theta \Big|_0^{\pi} = 0$$

$$dF_y = -w ds \sin \theta = -wr d\theta \sin \theta$$

$$F_y = -wr [-\cos \theta]_0^{\pi} = -4wr$$

$$\Rightarrow R_A = R_B = 4wr$$



$$dF_x = wr \cos \theta d\theta$$

$$F_x = \int_0^{\theta} wr \cos \theta d\theta = wr \sin \theta$$

$$dF_y = wr \sin \theta d\theta \rightarrow F_y = wr [-\cos \theta]_0^{\theta} = wr(1 - \cos \theta)$$

$$\textcircled{I} \text{ disk} \rightarrow F_x \cos \theta + F_y \sin \theta + V(\theta) = 0 \rightarrow V(\theta) = wr \sin \theta$$

$$\rightarrow F_x \sin \theta + F_y \cos \theta + N(\theta) = 0 \rightarrow N(\theta) =$$

$$\sum M_O = 0 \rightarrow M(\theta) + wr r + wr r (\cos \theta - 1) = 0 \rightarrow M(\theta) = -wr r \cos \theta$$

$$\Rightarrow M(\theta) = -wr r \cos \theta$$

Subject:

Year:

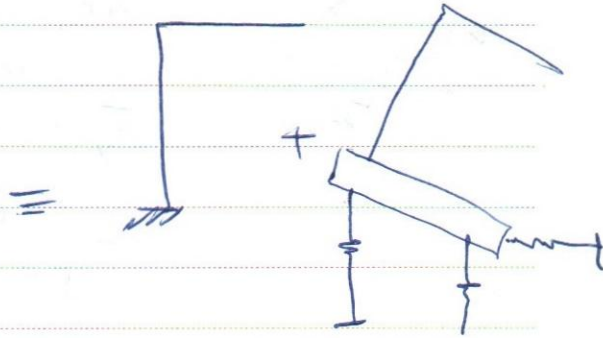
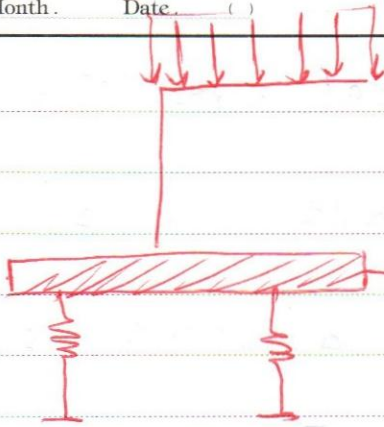
Month:

Date:

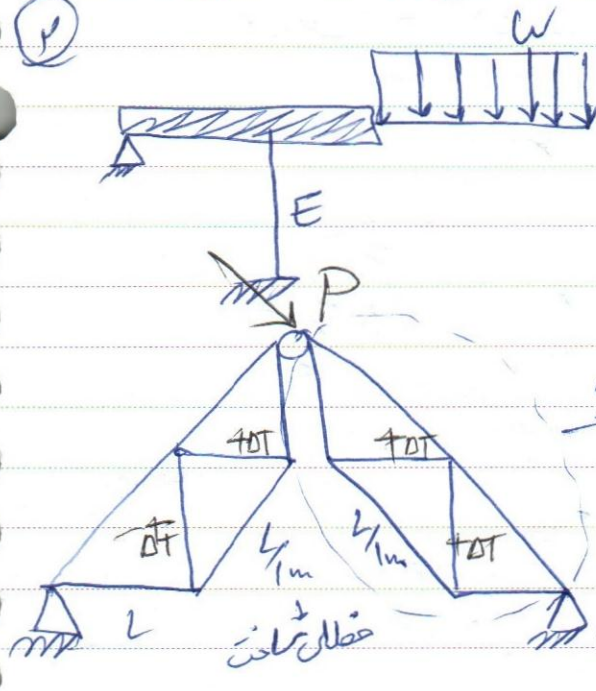
W

۲۴

①



②

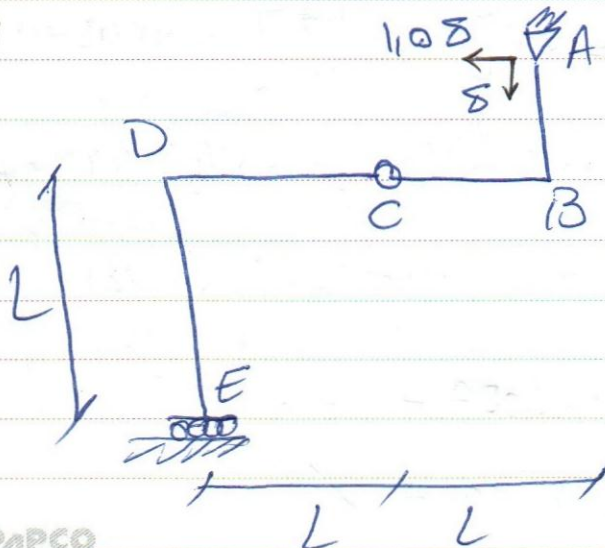


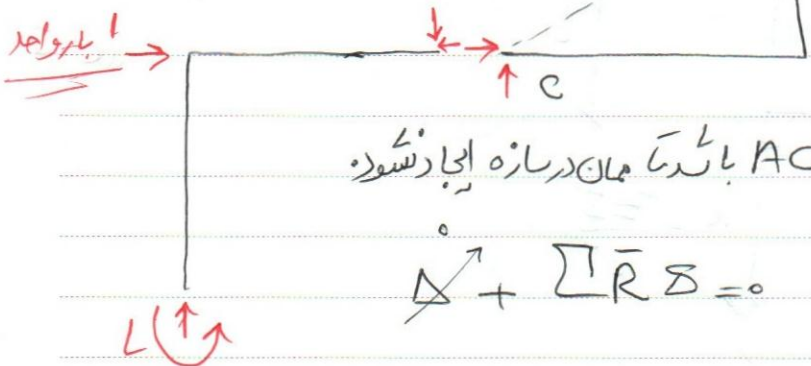
جمله ۳۰، ۳۱، ۳۲

لا مثل دوشنوی
عمل می کند.

شکل) دوران یک لایه E چند رادیان و درجه

چون با تدا جابجایی افقی D صفر شود





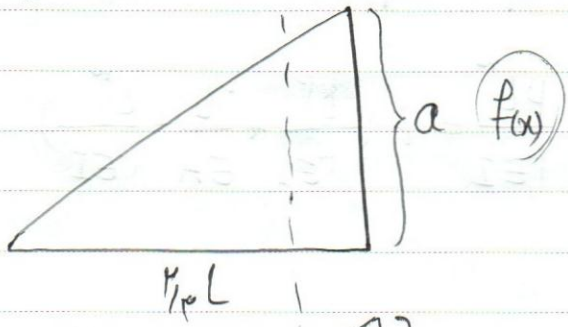
نیروی C در C باید در جهت AC باشد تا همان درازای ایجاد شود.

$$\Delta + \sum \bar{R} \delta = 0$$

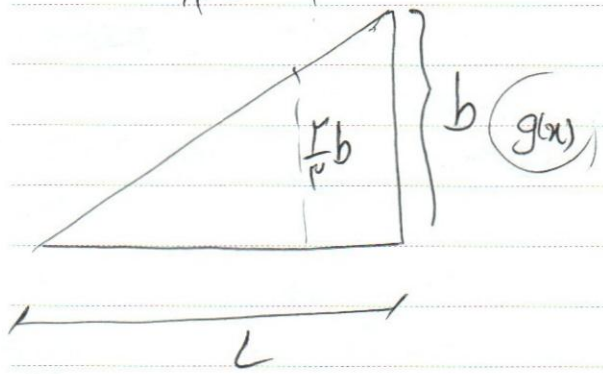
$$\rightarrow \frac{1}{2} \delta \times l + \delta \times l + L \times \theta = 0$$

$$\rightarrow \theta_D = -\frac{1}{2} \frac{\delta}{L}$$

$$\int f(x)g(x)dx = A_m \cdot \bar{y}$$



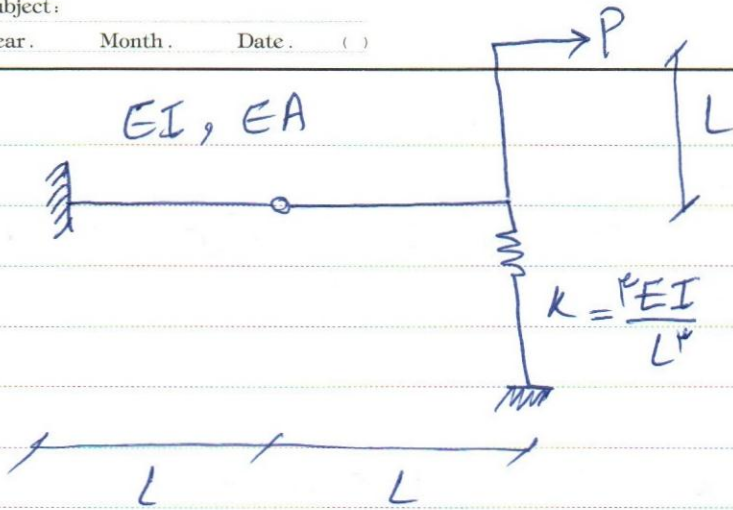
$$\frac{aL}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{aL}{3}$$



Subject:

Year . Month . Date . ()

۲۴

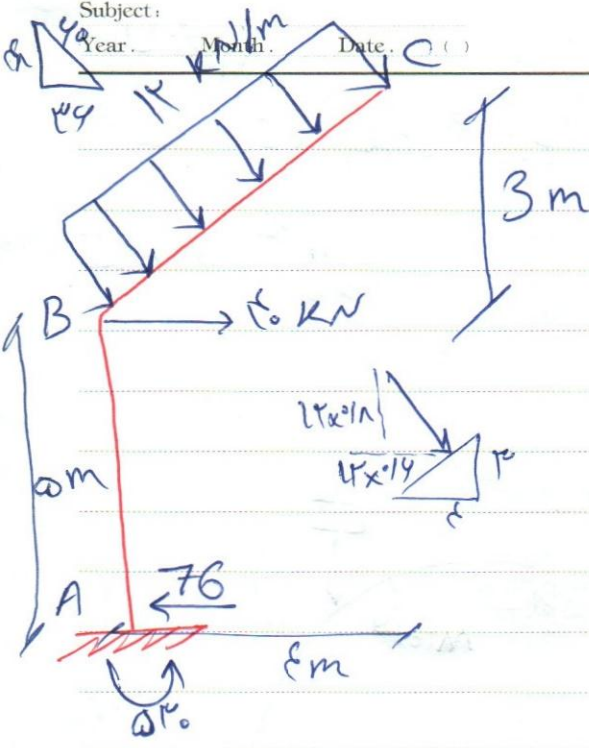


(دک)

نقطه	محل	طول	M	m	N	n
DC	C	0-L	Px	x	P	1
CB	C	0-L	$-Px$	$-x$	P	1
BA	A	0-L	$-Px$	$-x$	0	0

$$1 \times \Delta = \int_0^L \frac{Px^2}{EI} dx + \int_0^L \frac{Pdx}{EA} + \frac{PL^3}{12EI} = P \left(\frac{L^3}{12EI} + \frac{L}{EA} + \frac{L^3}{12EI} \right)$$

$$= \frac{PL^3}{6EI} + \frac{PL}{EA}$$

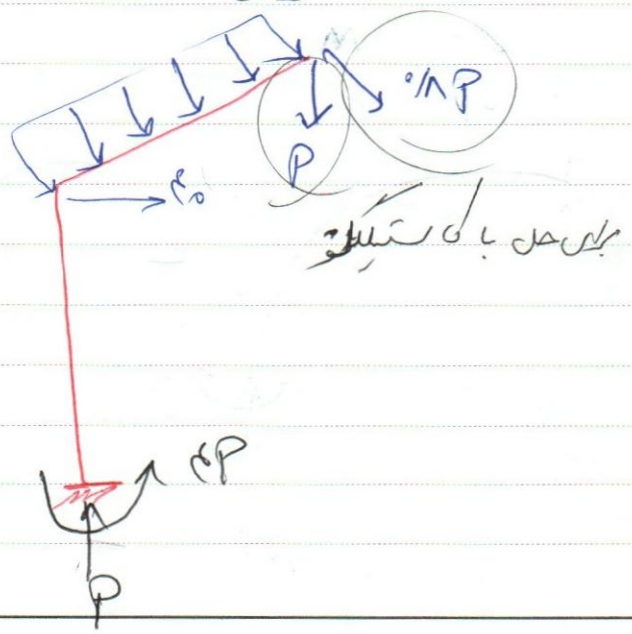
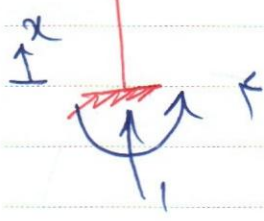


$E = 70 \text{ GPa}$ $I = 100 \times 10^9 \text{ mm}^4$



	Point	Interval	$M(x)$	$m(x)$
AB	A	0-5	$-60x + 76x$	-1
CB	C	0-5	$4x^2$	$1/12x$

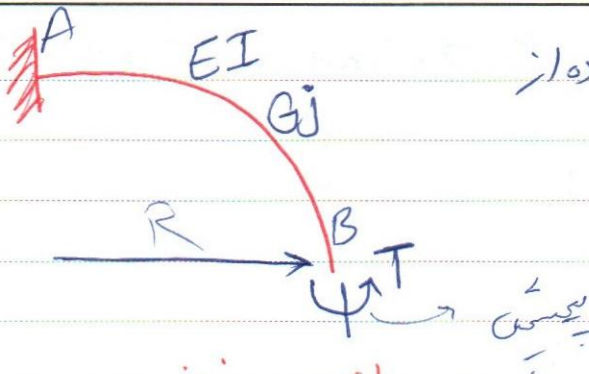
$$\Delta = \int \frac{m(x)M(x)}{EI} dx = \frac{V \Delta \omega}{EI} = 104. V \text{ mm}$$



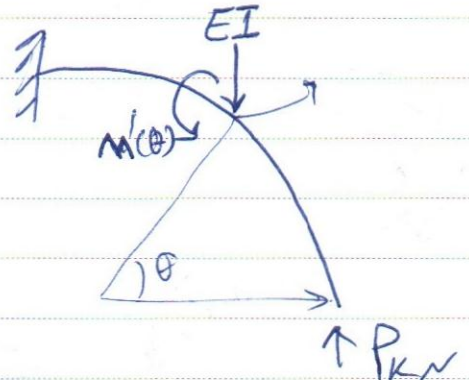
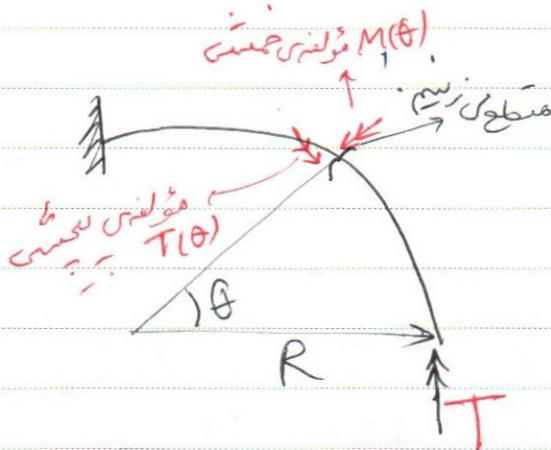
Subject :

Year . Month . Date . ()

مثال مهم



جابجایی قائم نقطه B را با استفاده از
قضیه کارستاتیوانی



در اثر نیروی T
در اثر بار P
 $M = M_1 + M'$

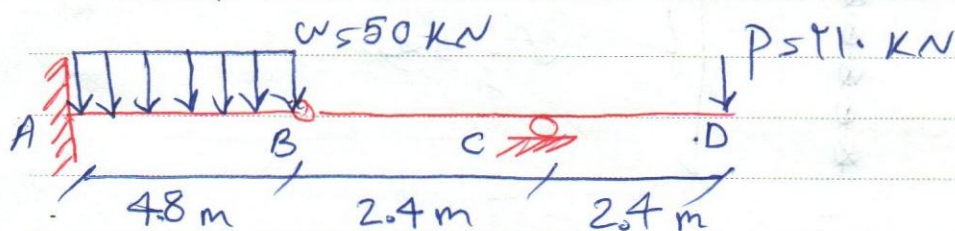
$$M'(\theta) = P \times R (1 - \cos \theta)$$

$$\frac{\partial M}{\partial P} = \frac{M}{P}$$

$$M = M_1 + M'$$

$$\delta = \int \frac{\partial M}{\partial P} \times \frac{M}{EI} ds$$

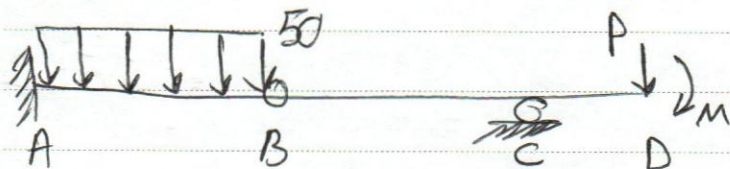
$$\Delta = \int \frac{\partial M}{\partial P} \times \frac{M}{EI} ds$$



$$I = 1.14 \times 10^4 = I_{BC} = I_{CD} \quad I_{AB} = \frac{5}{6} I \quad E = 21.0 \text{ Gpa}$$

$$E = 21.0 \text{ Gpa}$$

شیب نقطه D و جابجایی D



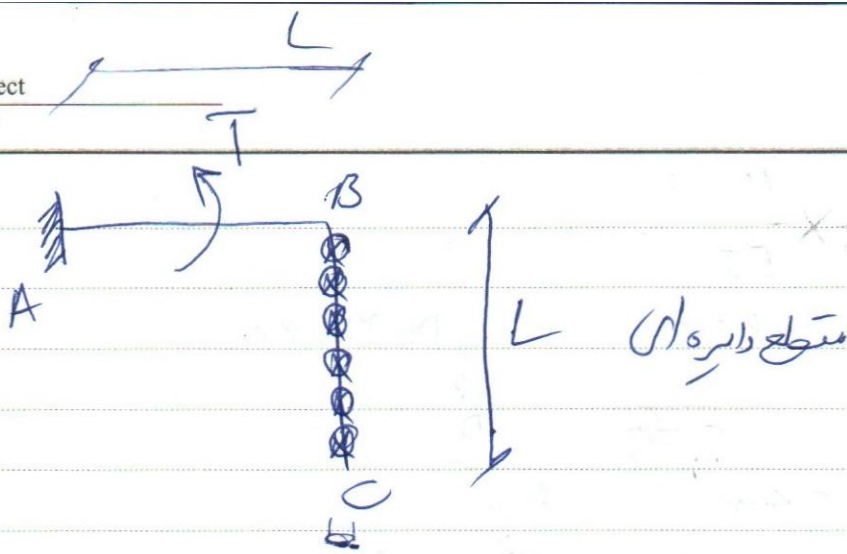
قسم	نقطه	مختصات	M
DC	D	0 → 2.4	$-Px - \bar{M}$
CB	D	2.4 → 5.0	$-Px - \bar{M} + (2P + \frac{\partial \bar{M}}{\partial P})(x - 2.4)$
AB	A	0 → 4.8	$-(2 \times 2.4 - 5.0 \times P - \bar{M}) + (2 \times 2.4 - P - \frac{\partial \bar{M}}{\partial P})x - 1.5x^2$

$$\theta_D = \frac{\partial U}{\partial \bar{M}} = \int \frac{\partial M}{\partial \bar{M}} \cdot \frac{M}{EI} dx \quad \theta_D = 0.009 \text{ rad}$$



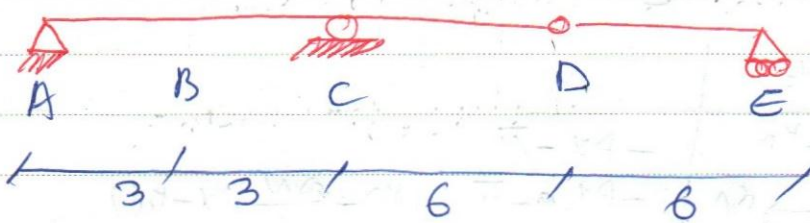
قسم	$\frac{\partial M}{\partial \bar{M}}$	$\frac{\partial M}{\partial P}$
DC	-1	-x
CB	$\frac{\partial}{\partial P} x - 1$	$+x - 2.4$
AB	$1 - \frac{\partial}{\partial P} x$	$2.4 - x$

$$\Delta_D = \frac{\partial U}{\partial P} = \int \frac{\partial M}{\partial P} \times \frac{M}{EI} dx = 11.90 \text{ mm} \downarrow$$

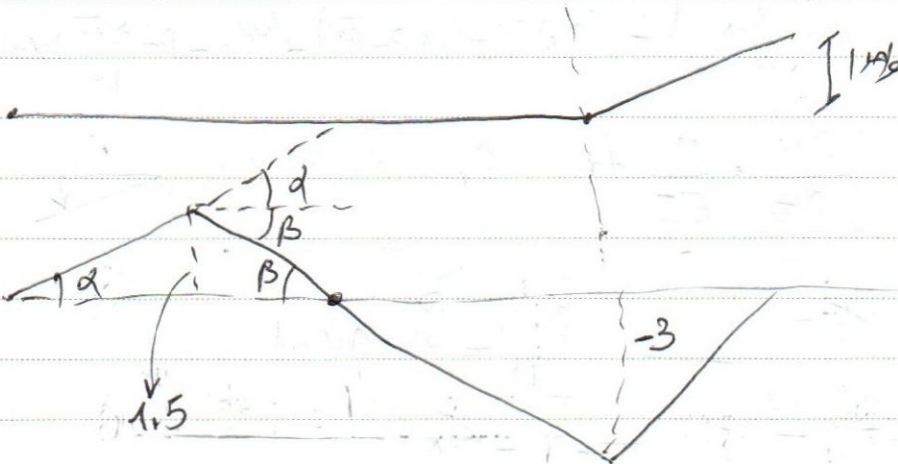


$$\delta = \int \frac{\partial T}{\partial P} \cdot \frac{I}{GJ} du + \int \frac{\partial M}{\partial P} \cdot \frac{M}{EI} dx$$

خطا اثره



خطا تشریف E } ②
خطا تشریف B } ①



$$1,2 \quad GJ \approx EI$$

به کمک روش آن تیلور می توان تغییر زاویه

سر تیر راجع دایره ای را به سمت داخل صغیر نماید.

روی داخل صغیر



باید همان برای حل سوال را به این صورت وارد کند

M_0

$$\begin{cases} M_1(\theta) = PR \sin \theta \\ T_1(\theta) = PR(1 - \cos \theta) \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_r(\theta) = M_0 \cos \theta \\ T_r(\theta) = M_0 \sin \theta \end{cases}$$

$$M_{\theta l} = M_1 + M_r$$

$$T_{\theta l} = T_1 + T_r$$

$$\theta = \int \frac{\partial M}{\partial M_0} \frac{M}{EI} ds + \int \frac{\partial T}{\partial M_0} \frac{T}{GJ} ds$$

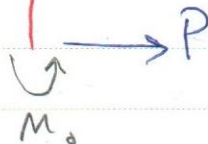
$$= \int \cos \theta \frac{PR \sin \theta}{EI} r d\theta + \int \sin \theta \frac{PR(1 - \cos \theta)}{GJ} r d\theta$$

$$= \frac{PRr}{EI} \left(-\frac{\cos^2 \theta}{2} \right) \Big|_0^{\pi/2} + \frac{PRr}{GJ} \left(-\cos \theta + \frac{\cos^2 \theta}{2} \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{r}{2} \frac{PRr}{EI}$$

تغییر کردن انتهای تیر در اثر وارد شدن بار P

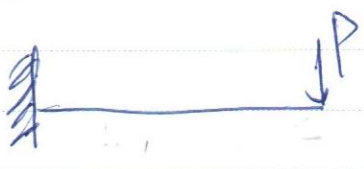
در انتهای تیر چقدر است؟

حالت دیگر

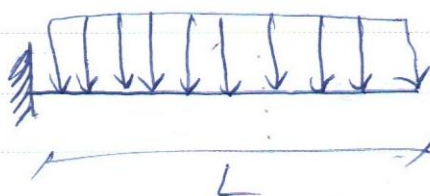


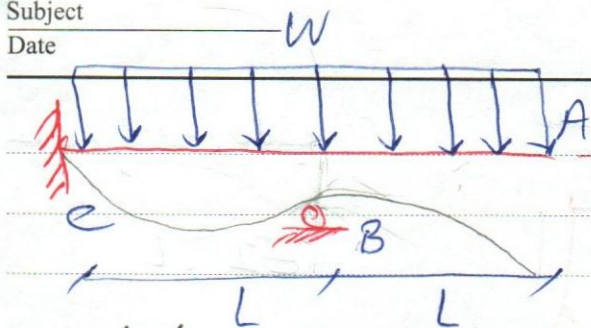
برای حل یک $M_0 = 0$ را در انتهای تیر وارد می کنیم حال در این حالت سازه ثابت فقط با این تفاوت که M_0 در تمامی مقاطع M_0 است و P فقط همان ایلامی کند (خمش) و هیچ سیستمی ایجاد نمی گردد.

* حالت دیگری که می توانستیم تیر را سوال دهیم آن است که یک بار گسترده روی تیر قرار دهند که انتهای آن ایلامی دل می گیریم که با توجه به بار روی آن یک خمش و یک سیستم ایجاد می گردد.


 $\rightarrow \delta = \frac{PL^3}{3EI} \quad \theta = \frac{PL^2}{2EI}$
 مرور


 $\rightarrow \delta = \frac{ML^3}{2EI} \quad \theta = \frac{ML}{EI}$


 $\rightarrow \delta = \frac{wL^4}{8EI}$

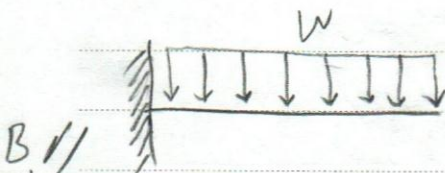


$$1 \delta = \frac{WL^4}{4EI}$$

* باید در حل این سوال توجه کرد در اثبات W تیره AC تیره باشد B به خود تبدیل نمی شود

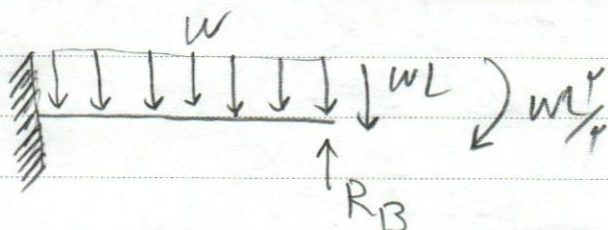
استولی اگر بر خود کشد نیز نامعین می شود آن گاه جایابی نقطه A به راحتی بدست نمی آید

حال بلاد علی بن اسماعیل قهروردی باطنیه ماه تماس دارد و رانته





$$\Delta = \frac{wL^4}{8EI} + \frac{wL \times L^3}{6EI} + \frac{wL/2 \times L^2}{2EI} = \frac{19}{8} \frac{wL^4}{EI}$$



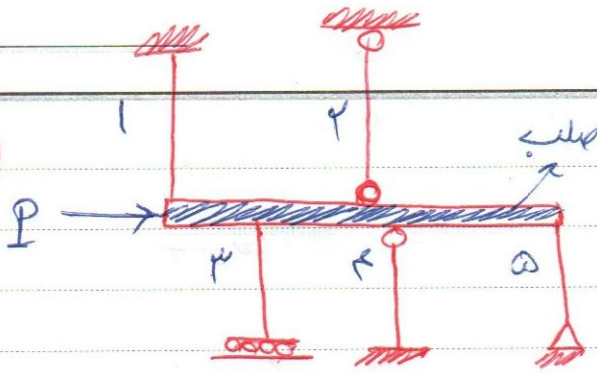
۱- سابر خور می شد.

$$\frac{wL^4}{4EI} = \frac{14}{4} \cdot \frac{wL^4}{EI} - \frac{R_B \cdot L^3}{4EI} \Rightarrow R_B = \frac{2}{1} wL$$

R_B اور بالاد، آروہور

$$\Sigma A = \frac{W(PL)^E}{AEI} - \frac{\frac{\partial}{\partial \lambda} W L L^P}{EI} - \frac{\frac{\partial}{\partial \lambda} W L \times L^P}{EI} \times L = \frac{V I}{EI} \frac{W L^P}{EI} \downarrow$$

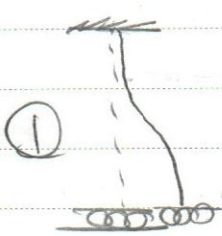
(مثال)



جابجایی صغیری صلب ؟

EI, L

در اثر بارگذاری P در اعضای ۲ و ۳ هیچ نیرویی نمی افتد



①



③

حول عضو ۳

هیچ مقاومتی ندارد

صفر نیرویی است

④



در اثر حرکت جسم صلب

$$\delta = \frac{PL^3}{6EI}$$

$$F_1 = \frac{12EI\delta}{L^3}$$

$$F_2 = F_3 = \frac{4EI\delta}{L^3}$$

تحلیل عضو ۱



=



+



$$\frac{PL^2}{2EI} = \frac{ML}{EI} \rightarrow M = \frac{Pl}{2}$$

$$\delta = \frac{PL^3}{6EI} - \frac{\frac{Pl}{2} \times L^2}{2EI}$$

$$= \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{4} \right) \frac{PL^3}{EI}$$

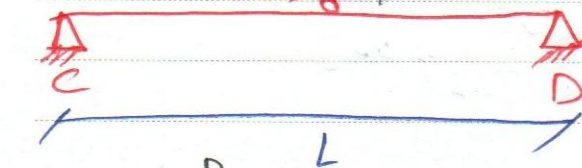
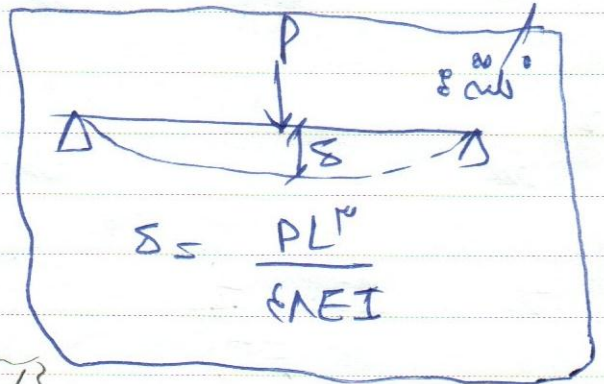
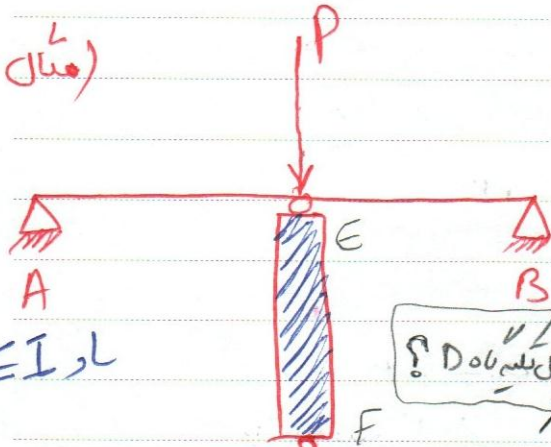
$\frac{1}{12}$

Subject :

Year . Month . Date . ()

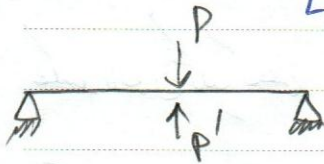
$$P = \frac{12EI\delta}{L^3}$$

P_D و P_D هم بدست می آید نهایی



الف) با فرض جابجایی بدون تیر EF میزان

جابجایی بالایی و بالایی تیر بدست می آید.

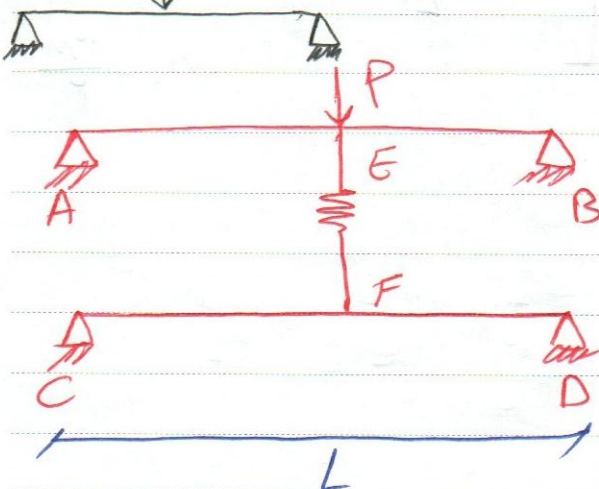


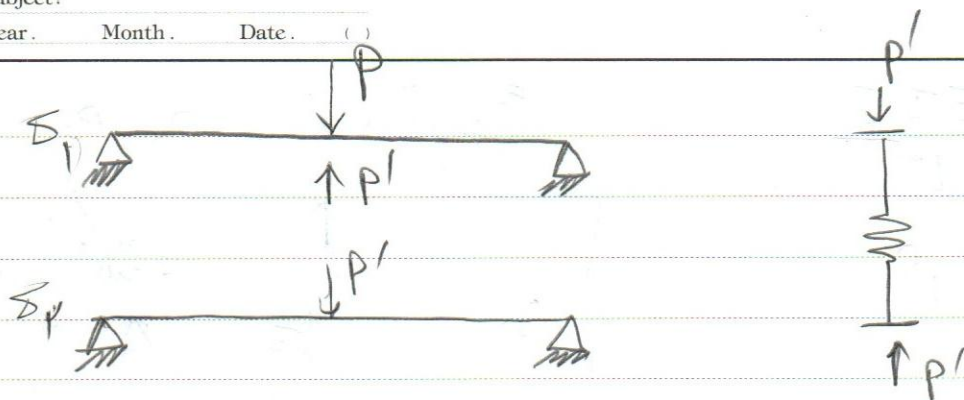
$$\delta = \frac{PL^3}{48EI}$$

$$\delta = \frac{(P-P')L^3}{48EI} \rightarrow P' = \frac{P}{2}$$

$$R_D = \frac{P}{2}$$

$$R_D = ? \quad (L)$$





$$\Delta = \frac{(P - P')L^3}{48EI}$$

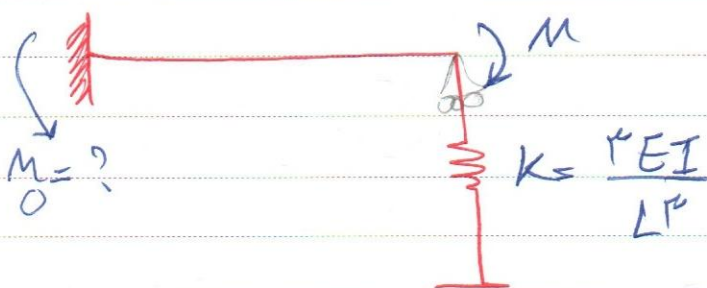
$$\delta_1 = \frac{P'L^3}{48EI}$$

$$\Delta = \delta_1 + \delta_2$$

$$\delta_2 = \frac{P'L^3}{48EI}$$

$$R_D = P'_D = \frac{P}{2} \quad \text{با استفاده از معادله های بالا داریم}$$

(مثال)



عکس العمل کمان دهی

مقاومت؟

$$M_0 = \frac{3M}{4}$$

$$\Delta = \frac{ML^2}{2EI} \quad \theta = \frac{ML}{EI}$$

$$\frac{ML^2}{2EI} = \frac{F}{k} \Rightarrow F = \frac{2EI}{L^2} \times \frac{ML^2}{2EI} = \frac{3M}{4}$$

$$M_0 - M + \frac{3M}{4} \Rightarrow M_0 = \frac{M}{4}$$