

۹-۴-۲- تیرهای مرکب محصور شده و پر شده

تیرهای مرکب محصور شده، به مقاطع مرکب تحت خمشی گفته می‌شود که از یک تیر فولادی مدفون شده در بتن سازه‌ای تشکیل شده باشند. به گونه‌ای مشابه، **تیرهای مرکب پر شده** نیز به مقطعی گفته می‌شود که از یک تیر فولادی با مقطع قوطی شکل، که توسط بتن سازه‌ای پر شده باشد، ساخته شود.

۱- در قسمت تنش مجاز ویرایش سوم مبحث دهم از مقررات ملی ساختمان، هیچ گونه ضوابطی در مورد این گونه مقاطع ذکر نشده است. بنابراین طراحی این مقاطع به روش تنش مجاز، غیر مجاز تلقی می‌شود.

۲- کنترل معیار تغییر شکل مطابق مطالب قسمت ۹-۴-۱-۱۰ می‌باشد.

۹-۴-۲-۱- معیار مقاومت در طراحی تیرهای مرکب محصور شده به روش حدی و مقاومت مجاز

در این قسمت مقاومت خمشی طراحی، $\phi_b M_n$ و مقاومت خمشی مجاز، M_n / Ω_b مطابق با شرایط زیر در نظر گرفته می‌شوند. در این شرایط، از آنجا که محصور شدگی مقطع فولادی در بتن از کماتش‌های جانبی و موضعی جلوگیری می‌کند، محدودیتی برای لاغری عضو مرکب و یا اجزای مقطع فولادی در نظر گرفته نمی‌شود.

$$\phi_b = 0.9 \text{ (LRFD)} \quad \Omega_b = 1.67 \text{ (ASD)}$$

مقاومت خمشی اسمی، M_n را می‌توان با استفاده از یکی از سه روش زیر تعیین نمود:

الف- در شرایط عدم استفاده از برشگیر، M_n بر اساس اصل روی هم گذاری تنش‌های الاستیک و با در نظر گرفتن شرایط اجرایی سیستم دال و تیر؛ برای حالت حدی تسلیم در تارهای انتهایی مقطع (M_y)، مشابه آنچه در قسمت ۹-۴-۱-۸-الف دیده شد به دست می‌آید.

ب- در شرایط عدم استفاده از برشگیر، همچنین می‌توان مقاومت اسمی، M_n را براساس توزیع تنش پلاستیک بر روی مقطع فولادی تنها (M_p - لنگر پلاستیک مقطع فولادی) محاسبه نمود.

پ- در شرایط استفاده از برشگیر و کفایت آرماتورهای مقطع، M_n را می‌توان بر اساس توزیع تنش پلاستیک بر روی مقطع مرکب و یا روش سازگاری کرنش‌ها در حالت غیرالاستیک (M_p - لنگر پلاستیک مقطع مرکب) به دست آورد.

۹-۴-۲- معیار مقاومت در طراحی تیرهای مرکب پر شده به روش حدی و مقاومت مجاز

در این قسمت مقاومت خمشی طراحی، $\phi_b M_n$ و مقاومت خمشی مجاز، M_n / Ω_b مطابق با شرایط زیر در نظر گرفته می‌شوند:

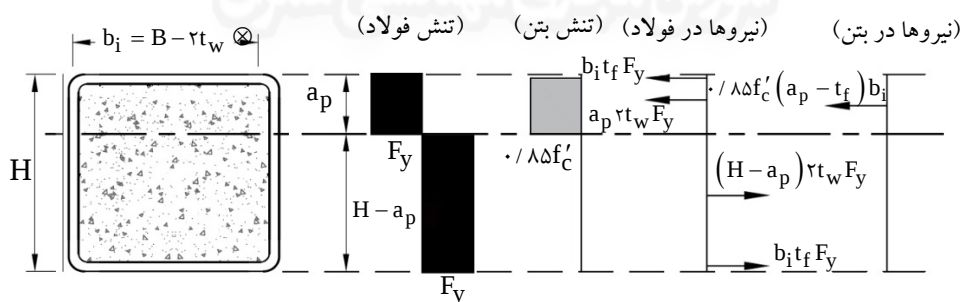
$$\phi_b = 0.9 \text{ (LRFD)} \quad \Omega_b = 1.67 \text{ (ASD)}$$

مقاومت خمشی اسمی، M_n ، مشابه آنچه که در فصل چهارم مورد بررسی قرار گرفت، براساس لاغری اجزای مقطع فولادی و در سه حالت مقطع فشرده، غیر فشرده و لاغر تعیین می‌شود. محدودیت‌های نسبت پهنا به ضخامت (لاغری) نیز مطابق جدول ۱-۶ در نظر گرفته می‌شود.

الف- مقاطع فشرده

در این شرایط، لنگر مقاوم اسمی براساس توزیع تنش پلاستیک در مقطع مرکب (M_p) به دست می‌آید.

$$M_n = M_p \quad (9-61)$$



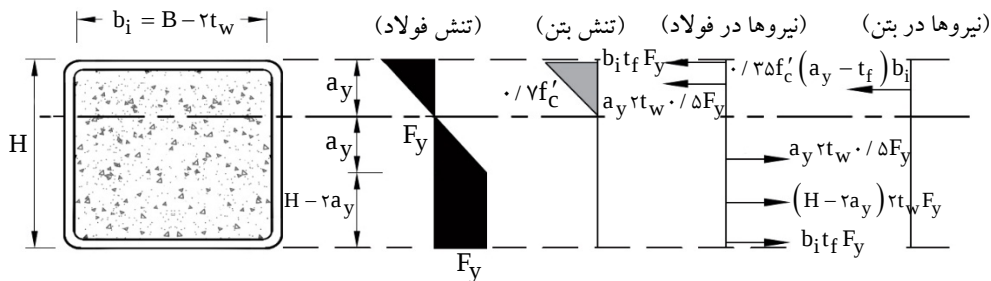
شکل ۹-۱۵- مقطع فشرده- توزیع تنش در مقاطع مستطیلی برای محاسبه M_p

$$a_p = \frac{\gamma F_y H t_w + 0.85 f'_c b_i t_f}{\gamma t_w F_y + 0.85 f'_c b_i} \quad (9-62)$$

ب- مقاطع غیر فشرده

$$M_n = M_p - (M_p - M_y) \left(\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \quad (۹-۶۳)$$

در این رابطه، M_y لنگر تسلیم مقطع است که باید براساس توزیع تنش الاستیک بر روی مقطع مرکب و برابر حداکثر تنش فشاری در بتن، برابر $0.85f'_c$ و حداکثر تنش در فولاد، برابر F_y محاسبه می‌شود. هر کدام از این دو حالت که زود تر اتفاق بیافتد، مشابه آنچه در قسمت ۹-۴-۱-۸-الف دیده شد معیار محاسبه خواهد بود.

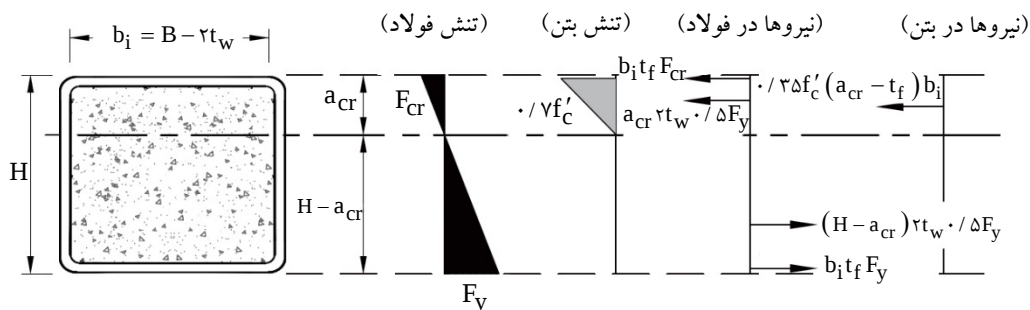


شکل ۹-۱۶- مقطع غیر فشرده- توزیع تنش در مقاطع مستطیلی برای محاسبه M_y

$$a_y = \frac{2F_y H t_w + 0.85f'_c b_i t_f}{4t_w F_y + 0.85f'_c b_i} \quad (۹-۶۴)$$

پ- مقاطع لاغر

در اینگونه مقاطع، M_n براساس توزیع تنش الاستیک بر روی مقطع مرکب و براساس حداکثر تنش فشاری در بتن، برابر $0.85f'_c$ و حداکثر تنش در فولاد، برابر F_{cr} محاسبه و لنگر بحرانی مقطع (M_{cr}) نامیده می‌شود.



شکل ۹-۱۷- مقطع لاغر- توزیع تنش در مقاطع مستطیلی برای محاسبه M_{cr}

$$a_{cr} = \frac{F_y H t_w + \left(\frac{1}{3} \Delta f'_c + F_y - F_{cr} \right) b_i t_f}{t_w (F_y + F_{cr}) + \frac{1}{3} \Delta f'_c b_i} \quad (۹-۶۵)$$

F_{cr} ، تنش بحرانی حالت کمناش موضعی است که مقدار آن در مقاطع فولادی مستطیلی شکل از رابطه (۹-۶۶) و در مقاطع فولادی دایره‌ای شکل از رابطه (۹-۶۷) به دست می‌آید.

$$F_{cr} = \frac{9 E_s}{\left(\frac{b}{t} \right)^2} \quad (۹-۶۶)$$

$$F_{cr} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} F_y}{\left(\frac{D}{t} \times \frac{F_y}{E_s} \right)^{1/2}} \quad (۹-۶۷)$$

۹-۴-۲-۳- طراحی برشگیرها به روش حدی و مقاومت مجاز

ضوابط ارائه شده در این قسمت، بر اساس مبحث دهم مقررات ملی ساختمان و AISC 360-10 بوده و برای برشگیرهای واقع شده در ناحیه انتقال بار (اتصال) در ستون‌ها و تیر-ستون‌های مرکب، تیرهای مرکب محصورشده و پرشده و دیوارهای برشی مرکب قابل استفاده می‌باشند. گلمیخ‌ها، در تمامی این ضوابط باید محدودیت‌های ابعادی ذکر شده در جدول زیر را رعایت نمایند. در این جدول، h ارتفاع گلمیخ و d قطر آن است.

جدول ۹-۴- حداقل نسبت ارتفاع به قطر گلمیخ در شرایط مختلف

نوع بار وارد بر گلمیخ	بتن با وزن مخصوص معمولی	بتن سبک
برش	$h/d \geq 5$	$h/d \geq 7$
کشش	$h/d \geq 8$	$h/d \geq 10$
برش و کشش به صورت همزمان	$h/d \geq 8$	کاربرد ندارد

الف - مقاومت برشی گلمیخ‌ها

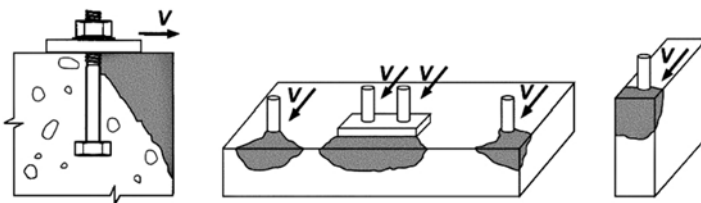
در مواردی که ترکیدگی بتن (Concrete Breakout) در برش به عنوان یک حالت حدی محسوب نشود، مقاومت برشی طراحی، $\phi_v Q_{nv}$ و مقاومت برشی مجاز، Q_{nv}/Ω_v هر یک از گلمیخ‌ها به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\phi_v = 0.65 \text{ (LRFD)} \quad \Omega_v = 2/31 \text{ (ASD)}$$

$$Q_{nv} = F_u A_{sa} \quad (9-68)$$

A_{sa} : سطح مقطع گلمیخ

F_u : تنش نهایی کششی حداقل مصالح گلمیخ



شکل ۹-۱۸- ترکیدگی بتن

در مواردی هم که ترکیدگی بتن در برش به عنوان یک حالت حدی محسوب می‌شود، می‌توان از آیین‌نامه‌های معتبر، از جمله پیوست D از ACI 318-08 استفاده نمود و یا براساس متن AISC 360-10، در صورتی که در هر دو سمت سطح ترکیدگی بتن، آرماتورهای مهاریه وجود داشته باشد، مقاومت برشی اسمی هر یک از گلمیخ‌ها (Q_{nv}) را می‌توان کمترین دو مقدار محاسبه شده از رابطه (۹-۶۸) و مقاومت اسمی آرماتورهای مهاریه در نظر گرفت.

ب - مقاومت کششی گلمیخ‌ها

در مواردی که فاصله آزاد مرکز گلمیخ تا لبه آزاد بتن در امتداد عمود بر ارتفاع گلمیخ بیشتر از ۱/۵ برابر

ارتفاع گلمیخ و فاصله مرکز تا مرکز گلمیخ‌ها بزرگتر یا مساوی ۳ برابر ارتفاع گلمیخ باشد، مقاومت کششی طراحی، $\phi_t Q_{nt}$ و مقاومت کششی مجاز، Q_{nt}/Ω_t هر یک از گلمیخ‌ها به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\phi_t = 0.75 \text{ (LRFD)} \quad \Omega_t = 2.00 \text{ (ASD)}$$

$$Q_{nt} = F_u A_{sa} \quad (۶۹-۹)$$

در مواردی هم که فاصله آزاد مرکز گلمیخ تا لبه آزاد بتن در امتداد عمود بر ارتفاع گلمیخ کمتر از ۱/۵ برابر ارتفاع گلمیخ و یا فاصله مرکز تا مرکز گلمیخ‌ها کوچکتر از ۳ برابر ارتفاع گلمیخ باشد، می‌توان از آیین‌نامه‌های معتبر، از جمله مبحث نهم مقررات ملی ساختمان و یا پیوست D از ACI 318-08 استفاده نمود و یا براساس متن AISC 360-10، در صورتی که در هر دو سمت سطح ترکیدگی بتن، آرماتورهای مهاری وجود داشته باشد، مقاومت کششی اسمی هر یک از گلمیخ‌ها (Q_{nt}) را می‌توان کمترین دو مقدار محاسبه شده از رابطه (۶۹-۹) و مقاومت اسمی آرماتورهای مهاری در نظر گرفت.

پ - مقاومت گلمیخ‌ها، تحت اثر همزمان برش و کشش

در مواردی که ترکیدگی بتن در برش به عنوان یک حالت حدی محسوب نشود و همچنین فاصله آزاد مرکز گلمیخ تا لبه آزاد بتن در امتداد عمود بر ارتفاع گلمیخ بیشتر از ۱/۵ برابر ارتفاع گلمیخ و فاصله مرکز تا مرکز گلمیخ‌ها بزرگتر یا مساوی ۳ برابر ارتفاع گلمیخ باشد، اندرکنش برش و کشش به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود و در غیر این صورت نیز، مطابق آنچه که در قسمت‌های الف و ب بیان شد، عمل می‌شود.

$$\left[\left(\frac{Q_{rv}}{Q_{cv}} \right)^{\frac{5}{3}} + \left(\frac{Q_{rt}}{Q_{ct}} \right)^{\frac{5}{3}} + \right] \leq 1.0 \quad (۷۰-۹)$$

در این روابط:

Q_{rv} و Q_{rt} : مقاومت برشی و کششی مورد نیاز گلمیخ که بسته به روش طراحی، براساس ترکیب بارهای ضریب دار یا بدون ضریب و از تحلیل سازه به دست می‌آیند.

Q_{cv} : مقاومت برشی موجود که بسته به روش طراحی، به صورت $\phi_v Q_{nv}$ یا Q_{nv}/Ω_v در نظر گرفته می‌شود.

Q_{ct} : مقاومت برشی موجود که بسته به روش طراحی، به صورت $\phi_t Q_{nt}$ یا Q_{nt}/Ω_t در نظر گرفته می‌شود.

ت - مقاومت برشی برشگیرهای از نوع ناودانی

مقاومت برشی طراحی، $\phi_v Q_{nv}$ و مقاومت برشی مجاز، Q_{nv} / Ω_v هر یک از ناودانی‌های برشگیر، با استفاده از ضوابط ارائه شده در قسمت الف و با انجام اصلاح زیر تعیین می‌شود.

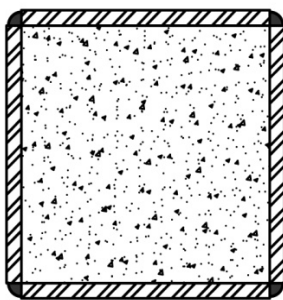
$$\phi_v = 0.75 \text{ (LRFD)} \quad \Omega_v = 2.00 \text{ (ASD)}$$

ث - جزئیات طراحی، محدودیت‌ها و ضوابط تکمیلی

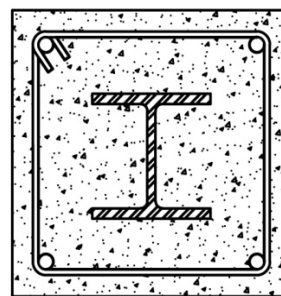
- ۱- برشگیرها باید حداقل 25^{mm} پوشش جانبی از بتن داشته باشند
- ۲- حداقل فاصله مرکز تا مرکز گلمیخ‌ها در هر امتداد، ۴ برابر قطر گلمیخ می‌باشد.
- ۳- حداکثر فاصله مرکز تا مرکز گلمیخ‌ها، ۳۲ برابر قطر گلمیخ می‌باشد.
- ۴- حداکثر فاصله مرکز تا مرکز ناودانی‌های برشگیر، 500^{mm} می‌باشد.

۵-۹- مقاطع مرکب محصور شده و پر شده تحت اثر فشار خالص

مقاطع مرکب تحت اثر فشار خالص و یا همان ستون‌های مرکبی که در این قسمت به آن‌ها پرداخته می‌شود، مقطعی هستند که از یک مقطع فولادی نورد شده و یا دست ساز که در داخل بتن سازه‌ای مدفون شده و یا با آن پر شده است تشکیل شده باشند و بر این اساس دو گونه‌ی **ستون‌های مرکب محصور شده** و **ستون‌های مرکب پر شده** تعریف می‌شود.



(مقطع مرکب پر شده)



(مقطع مرکب محصور شده)

شکل ۹-۱۹- نمونه‌ای از مقاطع مرکب محصور شده و پر شده

در قسمت تنش مجاز و ویرایش سوم مبحث دهم در مورد طراحی این گونه مقاطع، ضوابط مستقلی ارائه نشده بود و این مبحث ذکر می‌نمود؛ "طراحی اعضای محوری مرکب به روش تنش‌های مجاز را می‌توان بر مبنای ضوابط بخش طراحی حدی مبحث دهم، با فرض ترکیب بارهای بدون ضریب و محاسبه‌ی مقاومت

مجاز با استفاده از ضرایب کاهش مقاومت و روابط معرفی شده طراحی نمود، مشروط بر اینکه کلیه ضرایب کاهش مقاومت (ϕ) معرفی شده در ضریب ۰/۶۷ ضرب گردد.

۹-۵-۱- انتقال بار بین بتن و فولاد و مکانیزم‌های آن

الف- برش انتقالی بین بتن و فولاد بر اثر بار خارجی اعمال شده به مقطع

نیروی برشی اعمال شده به ستون به نسبت مقاوت تسلیم مقطع فولادی تنها ($A_s F_y$) به مقاومت فشاری اسمی مقطع مرکب (P_{no}) بین بتن و فولاد تقسیم می‌شود. بر این اساس و با توجه به این که بار خارجی چگونه به مقطع مرکب اعمال می‌شود، یکی از سه حالت زیر پدید می‌آید:

الف-۱- در صورتی که بار خارجی (P_r) مستقیماً به مقطع فولادی اعمال شود، این مقطع، قسمتی از بار وارده را که برابر $P_r (A_s F_y / P_{no})$ می‌باشد تحمل کرده و مابقی را توسط یکی از مکانیزم‌های انتقال بار به بتن انتقال می‌دهد. بنابراین برش انتقالی بین بتن و فولاد، که باید توسط یکی از این مکانیزم‌ها تحمل شود، برابر خواهد بود با:

$$V'_r = P_r (1 - A_s F_y / P_{no}) \quad (۷۱-۹)$$

P_{no} : مقاومت فشاری اسمی مقطع مرکب، بدون توجه به آثار کمانشی کلی ستون

الف-۲- به گونه‌ای مشابه اگر بارهای خارجی مستقیماً به قسمت بتنی مقطع مرکب وارد شود، قسمتی از بارهای وارده که در رابطه‌ی (۷۱-۹) نشان داده شد توسط بتن تحمل شده و مابقی به هسته‌ی فولادی منتقل می‌شود. بنابراین برش انتقالی بین بتن و فولاد در این حالت برابر خواهد بود با:

$$V'_r = P_r (A_s F_y / P_{no}) \quad (۷۲-۹)$$

الف-۳- در صورتی که بار خارجی به صورت همزمان به قسمت بتنی و فولادی مقطع مرکب اعمال شود، برش انتقالی، V'_r با نوشتن معادلات تعادل تعیین خواهد شد.

ب- مکانیزم‌های انتقال بار بین بتن و فولاد

انتقال بار از مقطع فولادی به بتن یا بالعکس، ممکن است به صورت **اتکای مستقیم، اتصالات برشگیر** و یا **چسبندگی مستقیم بین بتن و فولاد** انجام شود که معیار مقاومت در هر کدام از این مکانیزم‌ها در ادامه بررسی خواهد شد. در انتخاب این مکانیزم‌ها، استفاده از مکانیزمی که بیشترین مقاومت اسمی را ایجاد کند مجاز است ولی در این راستا نباید از جمع آثار دو یا چند مکانیزم استفاده نمود. رابطه عمومی طراحی در تمامی این مکانیزم‌ها به صورت ($R_r \leq R_c$) می‌باشد.

ب-۱- اتکای مستقیم: زمانی که بار خارجی از طریق اتکای مستقیم به مقطع مرکب اعمال می‌شود، مقاومت اتکایی طراحی، $\phi_B R_n$ و مقاومت اتکایی مجاز، R_n / Ω_B بتن براساس حالت حدی خردشدگی بتن به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\phi_B = 0.65 \text{ (LRFD)} \quad \Omega_B = 2.31 \text{ (ASD)}$$

$$R_n = 1.7 f'_c A_1 \quad (73-9)$$

A_1 : سطح بارگذاری شده بتن

ب-۲- اتصالات برشگیر: در صورتی که برش V'_T ، با تعبیه برشگیرهای از نوع گلمیخ و یا ناودانی انتقال یابد، مقاومت موجود به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$R_c = \sum Q_{cv} \quad (74-9)$$

این رابطه را با فرض استفاده از برشگیرهای یکسان در طول انتقال بار می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$R_c = N Q_{cv} \quad (75-9)$$

در این رابطه:

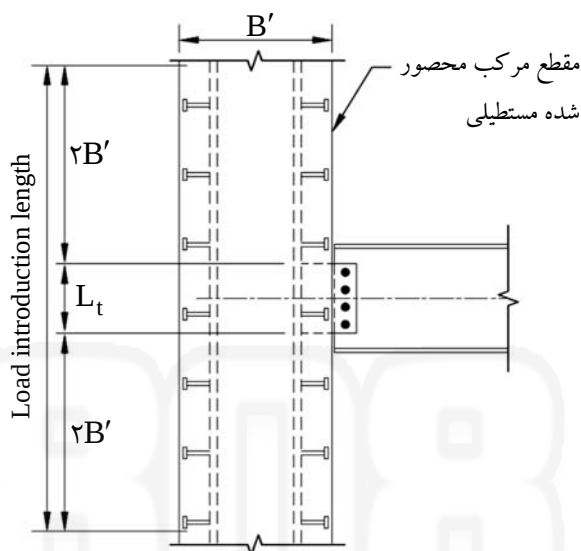
N : تعداد برشگیرهای موجود در طول انتقال بار

Q_{cv} : مقاومت برشی موجود که بسته به روش طراحی، به صورت $\phi_v Q_{nv}$ یا Q_{nv} / Ω_v و با استفاده از روابط قسمت ۹-۴-۲-۳-الف تعیین می‌شود.

برای جلوگیری از افزایش بیش از حد تنش در فولاد یا بتن در نواحی اطراف اتصال تیرها به ستون‌های مرکب، برش منتقل شده از تیر، باید در ناحیه‌ای به طول L_i (Load introduction length) تحمل شود. از این رو، برشگیرهای استفاده شده برای انتقال V'_T باید در همین طول پخش شوند. در مواقعی که با توجه به ضوابط اجرایی (که در قسمت ۹-۴-۲-۳-ث ذکر شد)، پخش برشگیرها در طول L_i امکان پذیر نباشد، طراح باید مقطع ستون را در اضافه طول مورد نیاز برای انتقال برش به صورت غیر مرکب فرض نماید. طول L_i ، حداکثر باید به اندازه طول ناحیه انتقال بار (L_t) به علاوه دو برابر کوچکترین بعد مقطع مرکب در هر طرف این ناحیه در نظر گرفته شود.

$$L_i \leq L_t + 4B' \quad (76-9)$$

B' : بر حسب مورد؛ کوچکترین پهنای کلی مقطع (در مقاطع مرکب محصور شده مستطیلی)، کوچکترین بعد مقطع توخالی فولادی (در مقاطع مرکب پر شده مستطیلی) و یا قطر مقطع (در مقاطع مرکب پر شده دایره‌ای)



شکل ۹-۲۰- نمایش نواحی L_t و L_i

لازم به ذکر است که در تمام طول اعضای مرکب محصور شده باید برشگیرهایی را تعبیه نمود. این برشگیرها که به دلیل تامین عملکرد مرکب مقطع اجرا می‌شوند، در ناحیه L_i برای انتقال برش نیز استفاده می‌شوند. برشگیرهای مذکور در مقاطع مرکب پر شده، بر خلاف مقاطع مرکب محصور شده، تنها در طول L_i مورد نیاز بوده (در صورت استفاده از مکانیزم اتصالات برشگیر) و در مابقی طول عضو نیازی به اجرای آن‌ها نیست. برشگیرهای استفاده شده در مقاطع مرکب محصور شده را باید حداقل در دو وجه مقطع فولادی و به صورت قرینه تعبیه نمود.

ب-۳- چسبندگی مستقیم بین بتن و فولاد: یکی از روش‌های موجود در تخمین مقاومت اسمی چسبندگی بین بتن و فولاد که در قسمت Commentary از AISC 360-05 به آن اشاره شده بود و اکنون در متن اصلی AISC 360-10 و ویرایش چهارم بحث دهم گنجانده شده است، استفاده از روابط ۷۷-۹ و ۷۸-۹ می‌باشد. مبنای ارائه این روابط نتایج آزمایشگاهی می‌باشد و دلیل ذکر ضریب کاهش مقاومت (به نسبت) کوچک و ضریب اطمینان (به نسبت) بزرگ نیز پراکندگی زیاد همین نتایج است.

$$\phi_v = 0.45 \text{ (LRFD)} \quad \Omega_v = 3/33 \text{ (ASD)}$$

- در مقاطع فولادی مستطیلی پر شده:

$$R_n = B^2 C_{in} F_{in} \quad (77-9)$$

- مقاطع فولادی دایره‌ای پر شده:

$$R_n = 0.25 \pi D^2 C_{in} F_{in} \quad (78-9)$$

B: پهنای کلی وجهی از مقطع فولادی که انتقال بار از طریق آن صورت می‌گیرد

D: قطر خارجی مقطع فولادی دایره‌ای

F_{in} : تنش اسمی چسبندگی بتن و فولاد؛ برابر $4 / . \text{kg/cm}^2$

C_{in} : در مورد مقاطع مرکبی که فقط از یک سمت به محل انتقال بار برسند؛ برابر ۲ و در مورد مقاطع مرکبی که از دو سمت به محل انتقال بار برسند؛ برابر ۴

۹-۵-۲- طراحی ستونها مرکب محصورشده به روش حدی و مقاومت مجاز

۹-۵-۲-۱- مقاومت فشاری

ضابطه‌ی کلی طراحی اعضای فشاری به صورت زیر می‌باشد:

$$P_r \leq P_c \quad (79-9)$$

$$\phi_c = 0.75 \text{ (LRFD)} \quad \Omega_c = 2 \text{ (ASD)}$$

P_r : مقاومت محوری مورد نیاز؛ بسته به روش طراحی تحت بارهای بدون ضریب یا ضریبدار

P_c : مقاومت محوری موجود؛ بسته به روش طراحی برابر $\phi_c P_n$ و P_n / Ω_c

P_n : مقاومت اسمی فشاری مقطع مرکب با توجه به اثرات کمانشی ستون که به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\frac{P_{no}}{P_e} \leq 2.25 \text{ اگر}$$

$$P_n = \left(0.658 \frac{P_{no}}{P_e} \right) P_{no} \quad (80-9)$$

اگر $\frac{P_{no}}{P_e} > 2/25$

$$P_n = \cdot / \Lambda V V P_e \quad (\Lambda 1-9)$$

P_e : بار بحرانی کمانش اولری؛ براساس مطالب فصل سوم و با اعمال اصلاح سختی خمشی به صورت زیر:

$$P_e = \pi^r (EI_{\text{eff}}) / (KL)^r \quad (\text{A2-9})$$

P_{no} : مقاومت اسمی فشاری خالص اسمی مقطع مرکب بدون توجه به آثار کمایشی ستون؛ به صورت زیر:

$$P_{no} = A_s F_v + A_{sr} F_{vsr} + \dots / \Delta A_c f'_c \quad (A3-9)$$

A_s : مساحت مقطع فولادی

A_c : مساحت بتن

$$A_{sr}: \text{سطح مقطع آرماتورهای طولی}$$

F_y : تنش تسلیم هسته‌ی فولادی

$$F_{ysr}: \text{تنش تسلیم آرماتورهای طولی}$$

EI_{eff} : سختی خمشی موثر مقطع مرکب که به صورت زیر تعیین می شود:

$$EI_{\text{eff}} = E_s I_s + \cdot / \Delta E_s I_{sr} + C_c E_c I_c \quad (14-9)$$

$$C_1 = 0.1 + 2 \left[A_s / (A_c + A_s) \right] \leq 0.3 \quad (A5-9)$$

E_c : مدول الاستیسیته بتن

E_s : مدول الاستیسیته فولاد

I_C: ممان اینرسی قسمت بتنی مقطع مرکب

I_s : ممان اینرسی هسته‌ی فولادی

$$I_{sr}: \text{ممان اینرسی میلگردهای طولی}$$

L: طول مهار نشده ستون

K: ضریب طول موثر ستون؛ تعیین ضریب طول موثر در ستون‌های مرکب، بر اساس مباحث مطرح شده در

فصل سوم می‌باشد. ضریب چرخش گره، G ، در این روابط به صورت زیر اصلاح می‌شود.

$$G = \frac{\sum (EI_{eff}/L)_c}{\sum (EI/L)_b} \quad (۸۶-۹)$$

$(EI_{eff}/L)_c$: سختی خمشی موثر ستون‌های متصل به گره

$(EI/L)_b$: سختی خمشی تیر متصل به گره

۹-۵-۲-۲- مقاومت کششی

در تعیین مقاومت کششی این گونه مقاطع، فرض بر این است که نیم‌رخ فولادی بر اثر تسلیم به خرابی می‌رسد. با این فرض، مقاومت کششی اسمی ستون‌های مرکب محصور شده با صرف نظر از مقاومت کششی بتن مقطع، با استفاده از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$P_n = A_s F_y + A_{sr} F_{ysr} \quad (۸۷-۹)$$

مقاومت کششی مجاز و مقاومت کششی طراحی اینگونه مقاطع نیز به صورت زیر تعیین می‌شود.

$$\phi_t = 0.9 \text{ (LRFD)} \quad \Omega_t = 1.67 \text{ (ASD)}$$

۹-۵-۲-۳- جزئیات طراحی، محدودیت‌ها و ضوابط تکمیلی

آیین‌نامه‌ها جهت حصول اطمینان از عملکرد مناسب ستون و انطباق آن با فرضیاتی که در ارائه روابط بالا مد نظر بوده است، محدودیت‌هایی را به صورت زیر ارائه می‌نمایند:

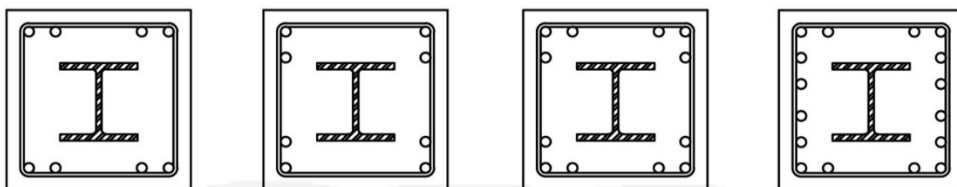
- ۱- سطح مقطع هسته فولادی باید حداقل ۱/۱۰٪ مساحت کلی مقطع مرکب باشد.
- ۲- قسمت بتنی مقطع مرکب باید به کمک آرماتورهای طولی و تنگ‌های بسته عرضی و یا مارپیچ به منظور حمایت کامل بتن و گسترش تنش‌های پلاستیک در آن، مسلح شده باشد.
- ۳- در صورت محدود شدن فاصله تنگ‌های عرضی به 305^{mm} ، حداقل قطر آن‌ها به 10^{mm} و در صورت محدود شدن فاصله آن‌ها به 405^{mm} ، حداقل قطر این تنگ‌ها به 13^{mm} محدود می‌شود. در هر حال فاصله تنگ‌های عرضی نباید از نصف بعد کوچکتر مقطع مرکب تجاوز نماید. فاصله مذکور به صورت مرکز تا مرکز در نظر گرفته شده است. ضوابط بیشتر در مورد طراحی آرماتورها و تعیین جزئیات طراحی آن‌ها به آیین‌نامه‌های بتنی معتبر از جمله مبحث نهم و ACI 318 رجوع شود.
- ۴- نسبت آرماتورهای طولی (ρ_{sr}) باید حداقل ۰/۴٪ باشد.

$$\rho_{sr} = A_{sr}/A_g \geq 0.004 \quad (۸۸-۹)$$

A_g : سطح مقطع کلی مقطع مرکب

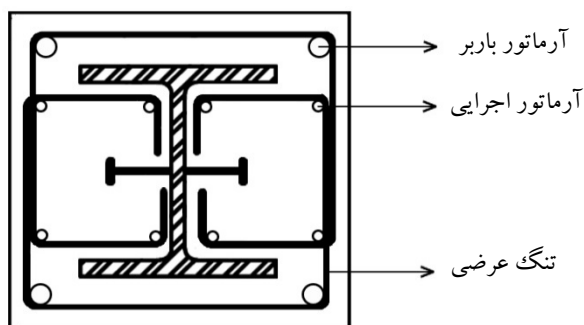
۵- فاصله آزاد بین مقطع فولادی و آرماتورهای طولی باید از ۱/۵ برابر قطر آرماتور طولی و 40^{mm} بیشتر باشد.

۶- در صورتی که هسته فولادی از دو یا چند پروفیل فولادی تشکیل شده باشد، باید ضوابط مربوط به ستون‌های تشکیل شده از چند پروفیل فولادی در آن‌ها رعایت گردد. همچنین این مقاطع باید قبل از بتن ریزی از طریق بست‌هایی به یکدیگر متصل شوند تا از کمانش هر یک از آن‌ها به تنهایی جلوگیری گردد.



شکل ۹-۲۱- آرایش پیشنهادی آرماتورهای طولی در AISC 341-10 و راهنمای طراحی شماره ۶ موسسه AISC

آرایش میلگردهای طولی پیشنهاد شده توسط AISC 341-10 و همچنین راهنمای طراحی شماره ۶ موسسه AISC به صورت شکل ۹-۲۱ می‌باشد. همان گونه که می‌دانیم، استفاده از تنگ‌ها و یا مارپیچ‌هایی به صورت بسته برای آنکه در تغییر شکل‌های زیاد غیر الاستیک، بتن همچنان حمایت شده باقی بماند، امری ضروری است. جزئیات طراحی تنگ‌ها مشابه آنچه که در آیین‌نامه‌های بتنی و در مورد مقاطع بتن آرمه آورده شده می‌باشد. با این تفاوت که استفاده از ضوابط این آیین‌نامه‌ها (تنگ بسته استاندارد)، برای مقاطع مرکب موضوع این فصل علاوه بر دست بالا بودن، مانعی در اجرای اجزای مختلف، از جمله برشگیرها و اتصال تیر به ستون خواهد بود. این در حالی است که به عنوان مثال در مقاطع مرکب استفاده شده در قاب‌های خمشی ویژه (C-SMF)، تامین حمایت کافی برای بتن و میلگردهای طولی برای حصول رفتار شکل پذیر مقطع امری ضروری خواهد بود. از این رو، AISC 341-10 در قسمت Commentary، جزئیات اجرای تنگ‌ها را به صورت زیر پیشنهاد می‌نماید.



شکل ۹-۲۲- هندسه تنگ‌های عرضی، پیشنهاد شده توسط AISC 341-10

۹-۵-۳- طراحی ستونهای مرکب پرشده به روش حدی و مقاومت مجاز

سطح مقطع نیمرخ فولادی باید حداقل ۱/۱۰٪ مساحت کلی مقطع مرکب (سطح محدود به محیط خارجی نیمرخ فولادی) باشد.

۹-۵-۳-۱- مقاومت فشاری

در این جا نیز آثار کمانش غیر الاستیک، با استفاده از روابط (۸۰-۹) و (۸۱-۹) در نظر گرفته می‌شود. با این تفاوت که مقاومت P_{no} (با توجه به آثار مربوط به کمانش موضعی) و سختی خمشی عضو به صورت زیر تعیین خواهند شد:

$$EI_{eff} = E_s I_s + E_s I_{sr} + C_r E_c I_c \quad (۸۹-۹)$$

$$C_r = 0.6 + 2 \left[A_s / (A_c + A_s) \right] \leq 0.9 \quad (۹۰-۹)$$

الف- مقاطع فشرده

$$P_{no} = P_p \quad (۹۱-۹)$$

$$P_p = A_s F_y + C_r f'_c \left(A_c + A_{sr} \frac{E_s}{E_c} \right) \quad (۹۲-۹)$$

C_r : برای مقاطع توخالی مستطیلی شکل، برابر ۰/۸۵ و برای مقاطع توخالی دایره‌ای شکل، برابر ۰/۹۵

ب- مقاطع غیر فشرده

$$P_{no} = P_p - (P_p - P_y) \left(\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right)^r \quad (93-9)$$

$$P_y = E_y A_s + \nu f'_c \left(A_c + A_{sr} \frac{E_s}{E_c} \right) \quad (9f-9)$$

پ۔ مقاطع لاغر

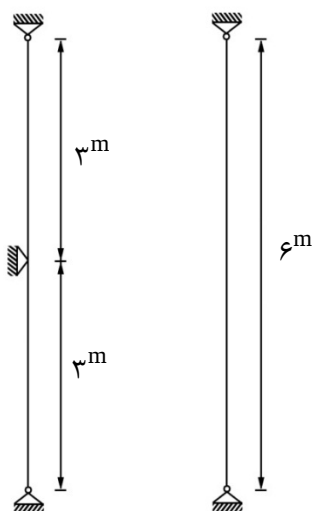
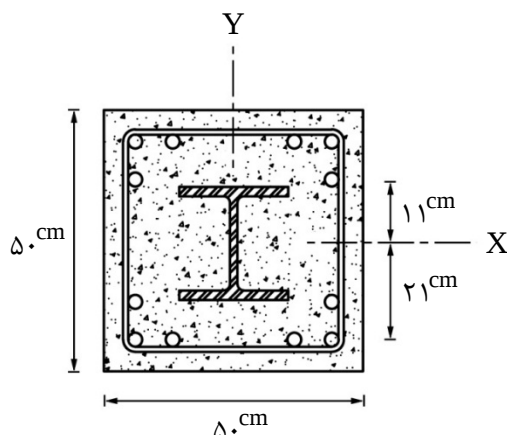
$$P_{no} = F_{cr} A_s + \cdot / \nu f'_c \left(A_c + A_{sr} \frac{E_s}{E_c} \right) \quad (95-9)$$

F_{CT} : تنش بحرانی در حالت کماتش موضعی؛ که مقدار آن در مقاطع توخالی مستطیلی شکل از رابطه (۹) و در مقاطع توخالی دایره‌ای شکل از رابطه (۹-۶۷) به دست می‌آید.

۹-۵-۳-۲- مقاومت کششی

روابط تعیین مقاومت کششی اسمی اینگونه مقاطع، کاملاً مشابه ستون‌های مرکب محصور شده می‌باشد.

مثال ۹-۶- ستون مرکبی مطابق شکل در وسط دهانه، حول محور ضعیف تکیه گاه جانبی دارد. مقاومت طرح و مقاومت مجاز مقطع را تعیین کنید. نیرخ فولادی از ST۳۷، تنش تسلیم آرماتورها طولی 420 kg/cm^2 و مقاومت مشخصه‌ی فشاری بتن را 45 kg/cm^2 در نظر بگیرد.



حل:

مشخصات مقاومتی مصالح:

$$F_y = 240 \text{ kg/cm}^2, \quad F_u = 370 \text{ kg/cm}^2, \quad F_{ysr} = 420 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_c = 45 \text{ kg/cm}^2$$

$$W_c = 240 \text{ kg/m}^3$$

$$E_c = 0.135 W_c^{1/5} \sqrt{f'_c} = 0.135 \times 240^{1/5} \sqrt{45} = 33671.0 / 68 \text{ kg/cm}^2$$

مشخصات هندسی مقطع:

نیمرخ IPB300:

$$I_{sx} = 2517 \text{ cm}^4$$

$$I_{sy} = 856 \text{ cm}^4$$

$$A_s = 149 \text{ cm}^2$$

میلگردهای طولی (12Φ28):

سطح مقطع هر میلگرد طولی برابر است با:

$$A_{lsr} = \pi (1/4)^2 = 6/16 \text{ cm}^2$$

$$I_{srx} = I_{sry} = 8 \left[\frac{\pi (1/4)^4}{4} + 6/16 (21)^2 \right] + 4 \left[\frac{\pi (1/4)^4}{4} + 6/16 (11)^2 \right] = 2475.0 / 13 \text{ cm}^4$$

$$A_{sr} = 12 \times 6/16 = 73/92 \text{ cm}^2$$

قسمت بتنی:

$$A_{cg} = 50 \times 50 = 2500 \text{ cm}^2$$

$$A_c = A_{cg} - A_s - A_{sr} = 2500 - 149 - 73/92 = 2277/08 \text{ cm}^2$$

$$I_{cx} = I_{cgx} - I_{sx} - I_{srx} = \frac{50^4}{12} - 25170 - 24750/13 = 470913/2 \text{ cm}^4$$

$$I_{cy} = I_{cgy} - I_{sy} - I_{sry} = \frac{50^4}{12} - 8560 - 24750/13 = 487523/2 \text{ cm}^4$$

تعیین مقاومت اسمی فشاری خالص مقطع مرکب:

$$P_{no} = A_s F_y + A_{sr} F_{yr} + 0.85 A_c f'_c$$

$$= (149 \times 2400 + 73/92 \times 4200 + 0.85 \times 2277/08 \times 450) \times 10^{-3} = 1539/05 \text{ ton}$$

$$C_1 = 0.1 + 2 \left[A_s / (A_c + A_s) \right] = 0.1 + 2 \left(\frac{149}{2277/08 + 149} \right) = 0.22 < 0.3 \quad \text{Ok}$$

سختی خمشی موثر، حول محور x:

$$(EI_{eff})_x = E_s I_{sx} + 0.5 E_s I_{srx} + C_1 E_c I_{cx}$$

$$= 2/1 \times 10^6 \times 25170 + 0.5 \times 2/1 \times 10^6 \times 24750/13 + 0.22 \times 336710/68 \times 470913/2$$

$$= 1/14 \times 10^{11} \text{ kg.cm}^2$$

سختی خمشی موثر، حول محور y:

$$(EI_{eff})_y = E_s I_{sy} + 0.5 E_s I_{sry} + C_1 E_c I_{cy}$$

$$= 2/1 \times 10^6 \times 8560 + 0.5 \times 2/1 \times 10^6 \times 24750/13 + 0.22 \times 336710/68 \times 487523/2$$

$$= 8/01 \times 10^{10} \text{ kg.cm}^2$$

بار بحرانی کمانش الاستیک:

$$P_{ex} = \frac{\pi^2 (EI_{eff})_x}{(kL)_x^2} = \frac{\pi^2 \times 1/14 \times 10^{11}}{(1 \times 600)^2} \times 10^{-3} = 3125/37 \text{ ton}$$

$$P_{ey} = \frac{\pi^2 (EI_{eff})_y}{(kL)_y^2} = \frac{\pi^2 \times 8/01 \times 10^{10}}{(1 \times 300)^2} \times 10^{-3} = 8783/95 \text{ ton}$$

$$P_e = \min \{ P_{ex}, P_{ey} \} = 3125/37 \text{ ton}$$

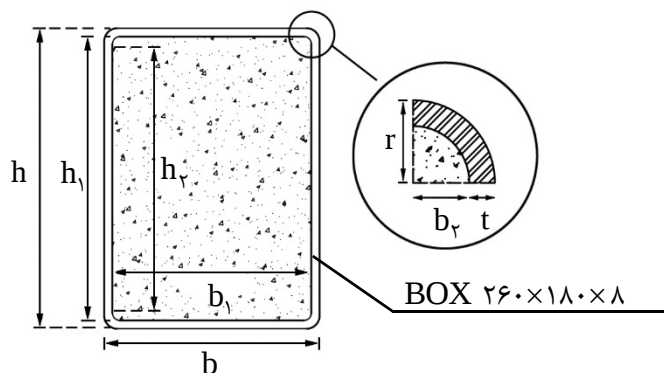
$$P_{no}/P_e = 0.49 < 2/25$$

بنابراین مقطع بر اثر کمزش غیر الاستیک به خرابی می‌رسد.

$$P_n = P_{no} \left[0.658^{\left(\frac{P_{no}}{P_e} \right)} \right] = 1252/39 \text{ ton}$$

روش مقاومت مجاز	روش حدی
$\Omega_c = 2$ $P_n/\Omega_c = \frac{1252/39}{2} = 626/19 \text{ ton}$	$\phi_c = 0.75$ $\phi_c P_n = 0.75 \times 1252/39 = 939/29 \text{ ton}$

مثال ۹-۷- کفایت ستون مرکب پر شده‌ی نشان داده شده در شکل را برای تحمل بار فشاری مرده 30 ton و زنده 90 ton ، در صورتی که عضو در هر دو انتها مفصل شده باشد و تمامی بار توسط پایه و صفحه‌ی زیر سری انتقال داده شود، بررسی نمایید. فولاد مصرفی از نوع ST۳۷ و وزن مخصوص و مقاومت فشاری بتن مصرفی به ترتیب 2400 kg/m^3 و 3500 kg/cm^2 می‌باشد. طول موثر ستون را 4 m و کمزش را حول محور قوی در نظر بگیرید.



مشخصات مقاومتی مصالح:

$$F_y = 2400 \text{ kg/cm}^2, \quad F_u = 3700 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_c = 3500 \text{ kg/cm}^2$$

$$W_c = 2400 \text{ kg/m}^3$$

$$E_c = 0.135 W_c^{1/5} \sqrt{f'_c} = 0.135 \times 2400^{1/5} \sqrt{3500} = 29695.9 \text{ kg/cm}^2$$

مشخصات هندسی مقطع:

قوطی $۲۶۰ \times ۱۸۰ \times ۸$

$$I_{sx} = ۶۲۴۰ \text{ cm}^4, \quad A_s = ۶۶ / ۲ \text{ cm}^2, \quad h = ۲۶ \text{ cm}, \quad b = ۱۸ \text{ cm}, \quad t = ۰ / ۸ \text{ cm}$$

قسمت بتنی:

$$r = ۲t = ۲ \times ۰ / ۸ = ۱ / ۶ \text{ cm}$$

$$b_1 = b - ۲r = ۱۸ - ۲ \times ۱ / ۶ = ۱۴ / ۸ \text{ cm}$$

$$b_r = r - t = ۰ / ۸ \text{ cm}$$

$$h_r = h - ۲r = ۲۶ - ۲ \times ۱ / ۶ = ۲۲ / ۸ \text{ cm}$$

$$h_1 = h - ۲t = ۲۶ - ۲ \times ۰ / ۸ = ۲۴ / ۴ \text{ cm}$$

$$A_c = b_1 h_1 + ۲b_r h_r + \pi b_r^2 = ۱۴ / ۸ \times ۲۴ / ۴ + ۲ \times ۰ / ۸ \times ۲۲ / ۸ + \pi (۰ / ۸)^2 = ۳۹۹ / ۶۱ \text{ cm}^2$$

$$I_{cx} = \frac{b_1 h_1^3}{۱۲} + \frac{۲b_r h_r^3}{۱۲} + ۲b_r \left(\frac{\pi}{۸} - \frac{۸}{۹\pi} \right) + ۲ \left(\frac{\pi b_r^3}{۲} \right) \left(\frac{h_r}{۲} + \frac{۴b_r}{۳\pi} \right)^2$$

$$I_{cx} = ۱۹۷۷۳ / ۹۵ \text{ cm}^4$$

بررسی لاغری اجزای مقطع:

$$\left(\frac{b}{t} \right)_{\max} = \frac{۲۲ / ۸}{۰ / ۸} = ۲۸ / ۵$$

$$\lambda_p = ۲ / ۲۶ \sqrt{\frac{E}{F_y}} = ۲ / ۲۶ \sqrt{\frac{۲ / ۱ \times ۱۰^۶}{۲۴۰۰}} = ۶۶ / ۸۵$$

بنابراین مقطع فولادی، فشرده است.

تعیین مقاومت فشاری موجود:

برای مقاطع توخالی مستطیلی شکل ($C_r = ۰ / ۸۵$):

$$P_{no} = P_p = A_s F_y + C_r f'_c \left(A_c + A_{sr} \frac{E_s}{E_c} \right)$$

$$P_{no} = P_p = ۶۶ / ۲ \times ۲۴۰۰ + ۰ / ۸۵ \times ۳۵۰ \times (۳۹۹ / ۶۱ + ۰ / ۰) = ۲۷۷ / ۷۶ \text{ ton}$$

$$C_r = ۰ / ۶ + ۲ \left[A_s / (A_c + A_s) \right] = ۰ / ۶ + ۲ \left[۶۶ / ۲ / (۳۹۹ / ۶۱ + ۶۶ / ۲) \right] = ۰ / ۸۸ < ۰ / ۹ \text{ OK}$$

سختی خمشی موثر، حول محور x:

$$(EI_{eff})_x = E_s I_{sx} + E_s I_{srx} + C_r E_c I_{cx}$$

$$= 2/1 \times 10^6 \times 6240 + 0/88 \times 296950/91 \times 19773/95$$

$$= 1/83 \times 10^{10} \text{ kg.cm}^2$$

$$P_e = P_{ex} = \frac{\pi^2 (EI_{eff})_x}{(kL)_x^2} = \frac{\pi^2 \times 1/83 \times 10^{10}}{(1 \times 450)^2} \times 10^{-3} = 891/92 \text{ ton}$$

$$P_{no}/P_e = 0/31 < 2/25$$

بنابراین مقطع بر اثر کمزش غیر الاستیک به خرابی می‌رسد.

$$P_n = P_{no} \left[0/658 \left(\frac{P_{no}}{P_e} \right) \right] = 243/82 \text{ ton}$$

روش مقاومت مجاز	روش حدی
$\Omega_c = 2$ $P_n/\Omega_c = \frac{243/82}{2} = 121/91 \text{ ton}$ $P_s = D + L = 30 + 90 = 120 \text{ ton}$ $P_s < P_n/\Omega_c \quad \text{Ok}$	$\phi_c = 0/75$ $\phi_c P_n = 0/75 \times 243/82 = 182/87 \text{ ton}$ $P_u = 1/2 D + 1/6 L = 1/2 \times 30 + 1/6 \times 90$ $= 18 \text{ ton}$ $P_u < \phi_c P_n \quad \text{Ok}$

بررسی محدودیت‌های آیین‌نامه‌ای:

سطح مقطع نیمرخ فولادی باید حداقل ۱/۱۰٪ مساحت کلی مقطع مرکب (سطح محدود به محیط خارجی هسته‌ی فولادی) باشد:

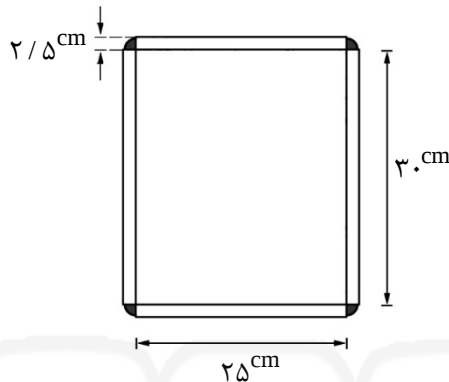
$$A_T = 66/2 + 399/61 = 465/81 \text{ cm}^2$$

$$0/1 A_T = 4/66 \text{ cm}^2$$

$$A_s > 0/1 A_T \quad \text{OK}$$

مثال ۹-۸- ستونی به ارتفاع ۵^m از یک سازه‌ی فولادی در طبقه همکف قرار است بار مرده ۹۰^{ton} و زنده‌ی ۳۰۰^{ton} را تحمل نماید. ستون مورد نظر را در صورتی که از نظر معماری، ابعاد آن به حدود

$250 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$ محدود شود طراحی کند. از حرکت جانبی ساختمان در هر دو جهت توسط سیستم بادنبدی جلوگیری می‌شود. برش تکیه گاهی در تیر IPE220 متصل به ضلع 30 سانتی متری ستون، برابر 6 ton بار مرده و 10 ton بار زنده در نظر گرفته شود و مشخصات مقاومتی مصالح، همانند مثال 9-7 می‌باشد.



حل:

در ابتدا ستون را به صورت فولادی تنها، از مقطع دست ساز و با استفاده از ورق‌هایی به ضخامت $2/5 \text{ cm}$ طراحی می‌نماییم:
کنترل لاغری، جهت اطمینان از عدم وقوع کمانش موضعی:

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{\max} = \frac{30}{2/5} = 12$$

$$1/4 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1/4 \sqrt{\frac{2/1 \times 10^6}{2400}} = 41/41 > 12 \Rightarrow \text{مقطع لاغر نیست}$$

کنترل مقاومت مقطع:

$$A = 2 \times 25 \times 2/5 + 2 \times 30 \times 2/5 = 275 \text{ cm}^2$$

$$K_x = K_y = 1$$

$$I_{\min} = I_y = 2 \times \frac{2/5 \times 25^3}{12} + 2 \times \frac{30 \times 2/5^3}{12} + 2(30 \times 2/5) \times \left(\frac{25 + 2/5}{2}\right)^2$$

$$= 34947/92 \text{ cm}^4$$

$$r_{\min} = \sqrt{I_{\min}/A} = 11/27 \text{ cm}$$

$$\lambda = \left(\frac{KL}{r}\right)_x = \frac{1 \times 500}{11/27} = 44/37$$

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 \times 210 \times 10^6}{44/37^2} = 10527/86 \text{ kg/cm}^2$$

$$F_y/F_e = 0.23 < 2/25$$

بنابراین مقطع بر اثر کمانش غیر الاستیک به خرابی می‌رسد.

$$F_{cr} = F_y \left[0.658 \left(\frac{F_y}{F_e} \right) \right] = 2181/59 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_n = F_{cr} A_g = 2181/59 \times 275 \times 10^{-3} = 599/94 \text{ ton}$$

روش مقاومت مجاز	روش حدی
$\Omega_c = 1/67$ $P_n/\Omega_c = \frac{599/94}{1/67} = 359/24 \text{ ton}$ $P_s = D + L = 90 + 300 = 390 \text{ ton}$ $\frac{P_s}{P_n/\Omega_c} = 1/1 > 1/0 \quad \text{NG}$	$\phi_c = 0/9$ $\phi_c P_n = 0/9 \times 599/94 = 539/94 \text{ ton}$ $P_u = 1/2 D + 1/6 L = 588 \text{ ton}$ $\frac{P_u}{\phi_c P_n} = 1/0.8 \quad \text{NG}$

در صورتی که مقطع را به صورت مرکب پر شده، با استفاده از بتن با مقاومت مشخصه 35 kg/cm^2 و فرض عدم استفاده از میلگردهای طولی طراحی نماییم:
 سطح مقطع نیمرخ فولادی باید حداقل $1/0$ مساحت کلی مقطع مرکب باشد:

$$A_s = 275 \text{ cm}^2$$

$$A_c = 25 \times 30 = 750 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 275 + 750 = 1025 \text{ cm}^2$$

$$0/01 A_T = 10/25 \text{ cm}^2$$

$$A_s > 0/01 A_T \quad \text{Ok}$$

بررسی لاغری اجزای مقطع:

$$\left(\frac{b}{t} \right)_{\max} = \frac{30}{2/5} = 12$$

مقطع فولادی، فشرده است.

$$\lambda_p = 2/26 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 2/26 \sqrt{\frac{2/1 \times 10^6}{2400}} = 66/85 \Rightarrow \text{مقطع فولادی، فشرده است}$$

کنترل مقاومت فشاری مقطع مرکب:

$$f'_c = 35.0 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$W_c = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

$$E_c = 0.135 W_c^{1/5} \sqrt{f'_c} = 0.135 \times 2400^{1/5} \sqrt{35.0} = 29695.0/9 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_c = 75.0 \text{ cm}^2$$

$$P_{no} = P_p = A_s F_y + C_r f'_c \left(A_c + A_{sr} \frac{E_s}{E_c} \right)$$

$$P_{no} = P_p = 275 \times 2400 + 0.85 \times 35.0 \times (75.0 + 0.0) = 883/12 \text{ ton}$$

$$C_r = 0.6 + 2 \left[A_s / (A_c + A_s) \right] = 0.6 + 2 \left[275 / (75.0 + 275) \right] = 1/13 > 0.9$$

بنابراین مقدار C_r را ۰/۹ در نظر می گیریم:

$$I_{cy} = \frac{3.0 \times 25^3}{12} = 390.62/5 \text{ cm}^4$$

$$(EI_{eff})_y = E_s I_{sy} + E_s I_{sry} + C_r E_c I_{cy}$$

$$= 2/1 \times 10^6 \times 34947/92 + 0.9 \times 29695.0/91 \times 390.62/5 = 8/37 \times 10^{10}$$

$$P_e = \frac{\pi^2 (EI_{eff})_y}{(KL)_y^2} = \frac{\pi^2 \times 8/37 \times 10^{10}}{(1 \times 500)^2} \times 10^{-3} = 330.9/49 \text{ ton}$$

$$P_{no}/P_e = 0.27 < 2/25$$

بنابراین مقطع بر اثر کمزش غیر الاستیک به خرابی می رسد.

$$P_n = P_{no} \left[0.658 \left(\frac{P_{no}}{P_e} \right) \right] = 789/8. \text{ ton}$$

روش مقاومت مجاز	روش حدی
$\Omega_c = 2$ $P_n / \Omega_c = 789 / 80 / 2 = 394.5 \text{ ton}$ $P_s = 390 \text{ ton}$ $P_s < P_n / \Omega_c \quad \text{OK}$	$\phi_c = 0.75$ $\phi_c P_n = 0.75 \times 789 / 80 = 592.5 \text{ ton}$ $P_u = 588 \text{ ton}$ $P_u < \phi_c P_n \quad \text{OK}$

کنترل برش انتقالی بین بتن و فولاد:

بارهای خارجی مستقیماً به قسمت فولادی مقطع منتقل می‌شوند:

$$V'_r = P_r (1 - A_s F_y / P_{no}) = P_r (1 - 275 \times 240 \times 10^{-3} / 883 / 13) = 0.25 P_r$$

روش مقاومت مجاز	روش حدی
$P_s = P_D + P_L = 6 + 10 = 16 \text{ ton}$ $V'_s = 0.25 P_s = 0.25 \times 16 = 4 \text{ ton}$	$P_u = 1/2 P_D + 1/6 P_L = 23/2 \text{ ton}$ $V'_u = 0.25 P_u = 0.25 \times 23/2 = 5.8 \text{ ton}$

مقاومت اسمی چسبندگی بین بتن و فولاد در مقاطع فولادی مستطیلی برابر است با:

$$R_n = B^{\frac{1}{2}} C_{in} F_{in}$$

$$B = 3 \text{ cm}, \quad F_{in} = 4 \text{ kg/cm}^2$$

برای مقاطع مرکب پر شده که در بالا و پایین محل انتقال بار ادامه داشته باشند:

$$C_{in} = 4$$

$$R_n = 3^{\frac{1}{2}} \times 4 \times 4 \times 10^{-3} = 14/4 \text{ ton}$$

روش مقاومت مجاز	روش حدی
$R_n / \Omega_v = 14 / 4 / 3 / 33 = 4 / 32 \text{ ton}$ $R_n / \Omega_v > V'_s \quad \text{OK}$	$\phi_v R_n = 0.45 \times 14 / 4 = 6 / 48 \text{ ton}$ $\phi_v R_n > V'_u \quad \text{OK}$

اگر به عنوان مثال در طراحی به روش مقاومت مجاز، برای ایجاد پیوستگی مناسب بین بتن و فولاد بخواهیم به جای چسبندگی بین بتن و فولاد از برشگیر استفاده نماییم، با استفاده از گلمیخ‌های به قطر 16 mm و تنش نهایی 420 kg/cm^2 خواهیم داشت:

$$Q_{nv} = F_u A_{sa} = 420 \times \pi \frac{1/6^2}{4} \times 10^{-3} = 8 / 44 \text{ ton}$$

$$Q_{nv}/\Omega_v = 8/44/2/31 = 3/66^{\text{ton}}$$

با نوشتن ضابطه عمومی طراحی داریم:

$$V'_s \leq \sum (Q_{cv}/\Omega_v) \Rightarrow V'_s \leq N \times (Q_{cv}/\Omega_v)$$

$$N \geq \frac{V'}{Q_{cv}/\Omega_v} = \frac{4/00}{3/66} = 1/09$$

بنابراین پیوستگی لازم بین بتن و فولاد حداقل با استفاده از ۲ گلمیخ (در هر ضلع ۳۰ سانتی متری) در طولی برابر L_i ، تامین می گردد. حداکثر طول این ناحیه، با فرض آنکه طول ناحیه انتقال بار، 20^{cm} باشد برابر خواهد بود با:

$$L_i \leq L_t + 4B' = 20 + 4 \times 30 = 140^{\text{cm}}$$

با توجه به ضوابط ذکر شده در قسمت ۹-۴-۲-۳-ث، حداقل و حداکثر فاصله بین گلمیخ ها به مقادیر زیر محدود می شود:

۱- حداقل فاصله مرکز تا مرکز گلمیخ ها در هر امتداد، ۴ برابر قطر گلمیخ ($4 \times 1/6 = 6/4^{\text{cm}}$) می باشد.

۲- حداکثر فاصله مرکز تا مرکز گلمیخ ها، ۳۲ برابر قطر گلمیخ ($51/2^{\text{cm}}$) می باشد.

بنابراین فاصله گلمیخ ها، 15^{cm} و تعداد آن ها، ۱۰ عدد و به صورت قرینه (در داخل هر ضلع ۳۰ سانتی متری، در ناحیه L_i ، ۵ عدد) انتخاب می شود.

$$L = 4 \times 15 = 60^{\text{cm}} < L_i \quad \text{OK}$$

۹-۶- مقاطع مرکب تحت اثر مشترک فشار و خمش

در قسمت تنش مجاز ویرایش سوم مبحث دهم مقررات ملی ساختمان در مورد طراحی تیر ستون های مرکب نیز، ضوابط مستقلی ارائه نشده بود و این مبحث ذکر می نمود: "اعضای محوری مرکب به روش تنش مجاز را می توان بر مبنای ضوابط بخش طراحی حدی مبحث دهم، با فرض ترکیب بارهای بدون ضریب و محاسبه ی مقاومت مجاز با استفاده از ضرایب کاهش مقاومت و روابط معرفی شده طراحی نمود، مشروط بر این که کلیه ی ضرایب کاهش مقاومت (ϕ) معرفی شده در ضریب ۰/۶۷ ضرب گردد."

تعیین هر یک از مقاومت های خمشی و محوری تیر-ستون های مرکب، به ترتیب بر اساس روابط و ضوابط مطرح شده در قسمت ۹-۵ و ۹-۴ انجام و در این جا تنها به ارائه ی روش هایی جهت در نظر گرفتن اندرکنش بین نیروی محوری و لنگر خمشی پرداخته می شود. مقاومت محوری و خمشی موجود در مقطع مرکب را می توان بر اساس روش عمومی سازگاری کرنش ها و یا توزیع تنش پلاستیک به دست آورد. در قسمت

Commentary آیین‌نامه AISC 360-10، برای تعیین مقاومت تیر ستون‌های مرکب، سه روش بیان شده است که در ادامه، به شرح هر یک خواهیم پرداخت. ضرایب اطمینان و کاهش مقاومت، در تمامی این روش‌ها ثابت و برابر مقادیر زیر می‌باشد:

$$\phi_c = 0.75, \phi_b = 0.9 \text{ (LRFD)} \quad \Omega_c = 2.0, \Omega_b = 1.67 \text{ (ASD)}$$

۹-۶-۱- روش‌های بررسی کفایت مقاومت مقاطع مرکب تحت اثر مشترک فشار و خمش

الف- نمودارهای اندرکنش براساس روابط فصل پنجم

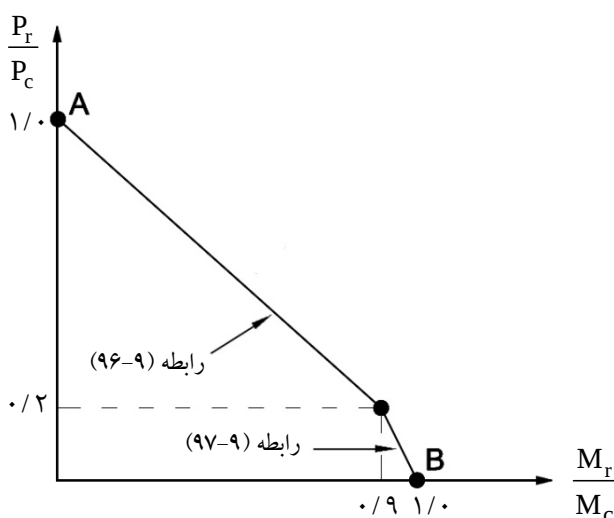
اولین و ساده‌ترین روش، روشی محافظه کارانه است که در مورد مقاطع متقارن نسبت به هر دو محور کاربرد دارد. در این روش، به صورت دست بالا می‌توان از روابط (۵-۹۵) و (۵-۹۶) ارائه شده در فصل پنجم به همراه اصلاحات لازم؛ به گونه‌ای که در ادامه آورده می‌شود استفاده نمود. مقدار دست بالا بودن طراحی با استفاده از این روش نیز به میزان کمک قسمت بتنی مقطع مرکب به تحمل بارهای وارده بستگی خواهد داشت. لازم به ذکر است که در حال حاضر (ضوابط سال ۲۰۱۰ میلادی) به دلیل فقدان تحقیقات کافی، طراحی مقاطع مرکب پر شده، به صورت غیر فشرده و یا لاغر، تنها با استفاده از همین روش که به صورت قابل توجهی دست بالا می‌باشد، امکان پذیر خواهد بود.

$$\text{برای } 0.2 \leq \frac{P_r}{P_{Ad}} :$$

$$\frac{P_r}{P_c} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1 \quad (9-96)$$

$$\text{برای } \frac{P_r}{P_{Ad}} < 0.2 :$$

$$\frac{P_r}{2P_c} + \left(\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1 \quad (9-97)$$



شکل ۹-۲۳- اندرکنش فشار و خمشی؛ مطابق فصل پنجم

P_r و M_r : مقاومت محوری و خمشی مورد نیاز براساس یکی از روش‌های مرتبه‌ی دوم
 P_c : مقاومت محوری موجود (بر اساس قسمت ۹-۵)؛ در روش حدی، برابر $\phi_c P_n$ و در روش مقاومت مجاز،
 برابر P_n / Ω_c
 M_c : مقاومت خمشی موجود با فرض عدم وجود نیروی محوری (بر اساس قسمت ۹-۴-۲)؛ در روش حدی،
 برابر $\phi_b M_n$ و در روش مقاومت مجاز، برابر M_n / Ω_b

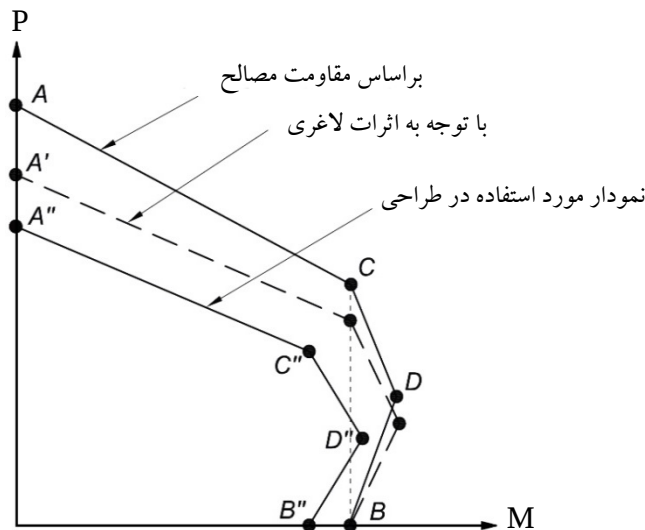
ب- نمودارهای اندرکنش براساس روش توزیع تنش پلاستیک

روش دوم، استفاده از نمودارهای اندرکنشی است که بر گسترش سطوح اندرکنشی در حالت اسمی (M_n و P_n) و با استفاده از روش توزیع تنش پلاستیک استوار بوده و برای مقاطعی با دو محور تقارن کاربرد دارد. نمونه‌ای از این منحنی‌های اندرکنش در شکل‌های ۹-۱ و ۹-۲۴ نشان داده شده است.

در شکل ۹-۱، پنج نقطه‌ی A، B، C، D و E دیده می‌شود. این نقاط، به نقاط ثابت مقاومتی معروف‌اند و در ابتدا تنها با در نظر گرفتن خصوصیات مقاومتی مصالح (به صورت P_{n0} و M_n) تعیین می‌شوند. نقطه‌ی A، نشان دهنده‌ی مقاومت فشاری خالص مقطع (P_{n0}) است که با استفاده از روابط در قسمت ۹-۵ تعیین می‌شود. نقطه‌ی B براساس مقاومت خمشی خالص مقطع (M_n) و با استفاده از مطالب قسمت ۹-۴ مشخص می‌گردد. در نقطه‌ی C؛ هم مقاومت خمشی؛ به اندازه‌ی مقاومت خمشی مقطع در نقطه‌ی B و هم مقاومت محوری وجود دارد. به عبارت دیگر در نقطه C محل تار خشی، همانند نقطه‌ی B فرض می‌شود. نقطه‌ی D نیز معرف حالت بالانس است. در این نقطه که بیشترین مقاومت خمشی مقطع حاصل می‌شود، هم زمان با رسیدن

دورترین تار فشاری بتن به کرنش 0.003 ، دورترین تار کششی مقطع فولادی نیز به کرنش تسلیم فولاد می‌رسد. مکان این نقطه در منحنی اندرکنش نیز با فرض وجود مقاومت محوری به اندازه‌ی نصف آنچه در نقطه‌ی C محاسبه شد، تعیین می‌شود. نقطه E نیز نقطه‌ای دلخواه است که تعیین آن، جهت افزایش دقت رسم منحنی اندرکنش لازم خواهد بود. نقاط ثابت مقاومتی پس از تعیین، توسط خطوطی به یکدیگر متصل شده و منحنی اندرکنشی چهار خطی یا سه خطی (در صورت در نظر گرفتن یا نگرفتن نقطه E) را به وجود می‌آوردند. در ادامه، اثرات لاغری و مباحث مربوط به کمانش کلی ستون، با استفاده از روابط (۸۰-۹) یا (۸۱-۹) دیده می‌شود. در شکل ۹-۲۴، نسبت لاغری با $\lambda = A'/A$ نشان داده شده است. این مقدار درواقع معادل P_n/P_{no} خواهد بود. لازم به ذکر است که نسبت لاغری در نظر گرفته شده برای تمامی نقاط A، C، D و E، مقدار ثابتی خواهد داشت.

در انتها نیز، مقاومت فشاری و خمشی موجود مقطع (M_c و P_c) با اعمال ضرایب اطمینان و کاهش مقاومت، بر مقاومت‌های اسمی (M_n و P_n) که در قسمت قبل تعیین شدند) قابل محاسبه خواهد بود. در صورتی که نقاط ثابت، بر اساس مقاومت خمشی و فشاری مقطع حول هر دو محور اصلی آن تعیین شوند؛ سطح اندرکنشی فشار و خمش حاصل می‌شود. همان گونه که می‌دانیم نقاط داخل این سطح، در محدوده‌ی ایمن قرار دارند. در حالی که نقاط خارج از آن باعث خرابی عضو مورد نظر خواهند شد.



شکل ۹-۲۴ - اندرکنش فشار و خمش

در صورتی که نقاط E و D رسم نشوند، نمودار اندرکنشی دو خطی؛ مطابق آنچه در شکل ۹-۲۵ نشان داده شده است حاصل می‌شود. بر این اساس AISC 360 در قسمت Commentary خود، معادلات زیر را

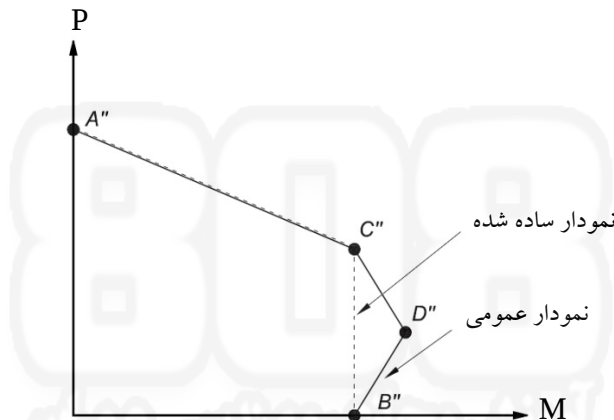
برای در نظر گرفتن تاثیر همزمان لنگر خمشی و فشار محوری ارائه می دهد.

- اگر $P_T < P_{C''}$:

$$\frac{M_{rx}}{M_{C''x}} + \frac{M_{ry}}{M_{C''y}} \leq 1/0 \quad (98-9)$$

- اگر $P_T \geq P_{C''}$:

$$\frac{P_T - P_{C''}}{P_{A''} - P_{C''}} + \frac{M_{rx}}{M_{C''x}} + \frac{M_{ry}}{M_{C''y}} \leq 1/0 \quad (99-9)$$



شکل ۹-۲۵- اندرکنش فشار و خمشی

در طراحی به روش مقاومت مجاز:

P_T : نیروی محوری تشدید یافته که با استفاده از ترکیب بارهای سطح بهره برداری محاسبه می شود.

M_T : ممان خمشی تشدید یافته که با استفاده از ترکیب بارهای سطح بهره برداری محاسبه می شود.

$P_{A''}$: پیشینه مقاومت محوری مجاز (نقطه A'')

$P_{C''}$: مقاومت محوری مجاز در نقطه C''

$M_{C''}$: پیشینه مقاومت خمشی مجاز (نقطه B'' یا C'')

در طراحی به روش حدی:

P_T : نیروی محوری تشدید یافته که با استفاده از ترکیب بارهای سطح نهایی (ضربیدار) محاسبه می شود.

M_T : ممان خمشی تشدید یافته که با استفاده از ترکیب بارهای سطح نهایی (ضربیدار) محاسبه می شود.

$P_{A''}$: پیشینه مقاومت محوری طراحی (نقطه A'')

P_C : مقاومت محوری طراحی در نقطه C''

M_C : بیشینه مقاومت خمشی طراحی (نقطه B'' یا C'')

❖ در خمش دو محوره اگر مقادیر P_C محاسبه شده حول محور قوی و ضعیف متفاوت باشند، باید از مقدار کوچکتر استفاده شود.

❖ برای محاسبه‌ی مقادیر ممان و نیروی محوری اسمی خالص (بدون توجه به آثار کمانشی)، جداولی ارائه شده است که در ادامه آورده می‌شوند.

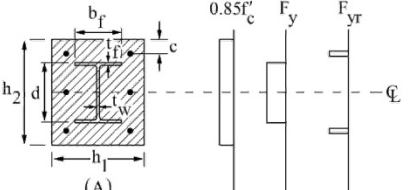
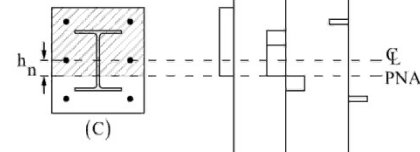
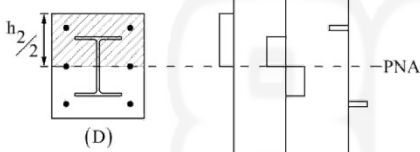
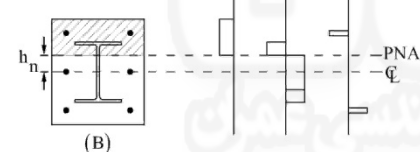
❖ یادآوری می‌شود که P_T و M_T موجود در روابط (۹۶-۹)، (۹۷-۹)، (۹۸-۹) و (۹۹-۹)، نیروی محوری و لنگر خمشی تشدید یافته می‌باشند که با استفاده از تحلیل مرتبه دوم قابل محاسبه خواهند بود.

❖ در استفاده از روابط (۹۶-۹) تا (۹۹-۹) به تفاوت P_C و P_C و نیز M_C و M_C دقت شود.

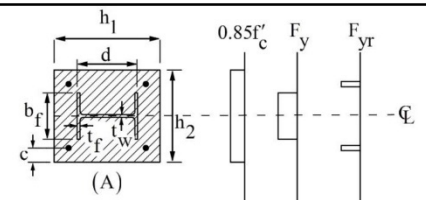
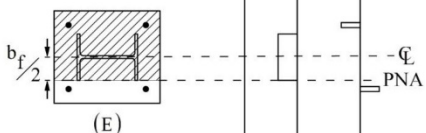
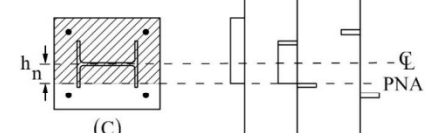
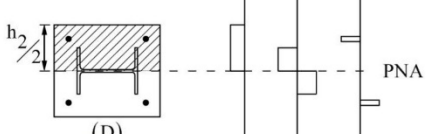
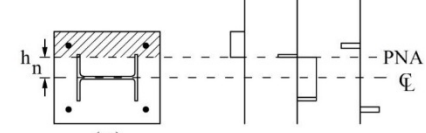
پ- استفاده از جداول موجود در راهنمای طراحی شماره‌ی ۶ موسسه‌ی AISC

در راهنمای طراحی شماره‌ی ۶ موسسه‌ی AISC، نمودارها و جداولی براساس ویرایش‌های قدیمی‌تر AISC 360 و ACI 318 برای در نظر گرفتن اندرکنش فشار و خمش ارائه شده است. از این میان، جداول ارائه شده بر مبنای ضوابط آیین‌نامه AISC می‌باشد که استفاده از آن‌ها (به صورت دست بالا) در ویرایش سال ۲۰۱۰ این آیین‌نامه نیز مجاز دانسته شده است. در این جا از ذکر جداول مذکور خود داری شده و خواننده به متن اصلی این نشریه ارجاع داده می‌شود.

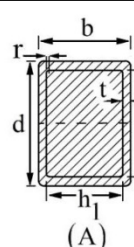
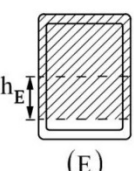
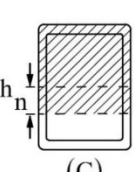
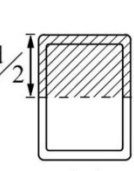
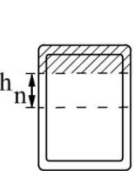
جدول ۹-۵- مقطع مرکب محصورشده، تحت اثر مشترک فشار و خمشی حول محور قوی

نحوه توزیع تنش	نقطه	روابط پیشنهادی
 (A)  (C)  (D)  (B)	Λ	$P_A = A_s F_y + A_{sr} F_{ysr} + \cdot / \lambda \Delta f'_c A_c$ A_s : سطح مقطع هسته فولادی A_{sr} : سطح مقطع تمام میلگردهای مسلح کننده پیوسته $A_c = h_1 - h_r - A_s - A_{sr}$
	C	$P_C = \cdot / \lambda \Delta f'_c A_c$ $M_C = M_B$
	D	$P_D = \cdot / \Delta \times \cdot / \lambda \Delta f'_c A_c$ $M_D = Z_s F_y + Z_r F_{ysr} + (Z_c / \tau) (\cdot / \lambda \Delta f'_c)$ Z_s : مدول مقطع پلاستیک مقطع فولادی کامل حول محور x A_{srs} : سطح مقطع میلگردهای فولادی روی خط مرکزی $Z_r = (A_{sr} - A_{srs}) (h_r / \tau - c)$ $Z_c = (h_1 h_r^*) / \tau - Z_s - Z_r$
	B	$M_B = M_D - Z_{sn} F_y - \cdot / \Delta Z_{cn} (\cdot / \lambda \Delta f'_c)$ $Z_{cn} = h_1 h_n^* - Z_{sn}$ برای h_n در زیر بال $(h_n \leq d / \tau - t_f)$ $h_n = \frac{\cdot / \lambda \Delta f'_c (A_c + A_{srs}) - \tau F_{ysr} A_{srs}}{\tau [\cdot / \lambda \Delta f'_c (h_1 - t_w) + \tau F_y t_w]}$ $Z_{sn} = t_w h_n^*$ برای h_n در داخل بال $(d / \tau - t_f < h_n \leq d / \tau)$ $h_n = \frac{\cdot / \lambda \Delta f'_c (A_c + A_s - db_f + A_{srs}) - \tau F_y (A_s - db_f) - \tau F_{yr} A_{srs}}{\tau [\cdot / \lambda \Delta f'_c (h_1 - b_f) + \tau F_y b_f]}$ $Z_{sn} = Z_s - b_f (d / \tau - h_n) (d / \tau + h_n)$ برای h_n در بالای بال $(h_n > d / \tau)$ $h_n = \frac{\cdot / \lambda \Delta f'_c (A_c + A_s + A_{srs}) - \tau F_y A_s - \tau F_{yr} A_{srs}}{\tau (\cdot / \lambda \Delta f'_c h_1)}$ $Z_{sn} = Z_{sx}$ مدول مقطع پلاستیک مقطع فولاد کامل حول محور x

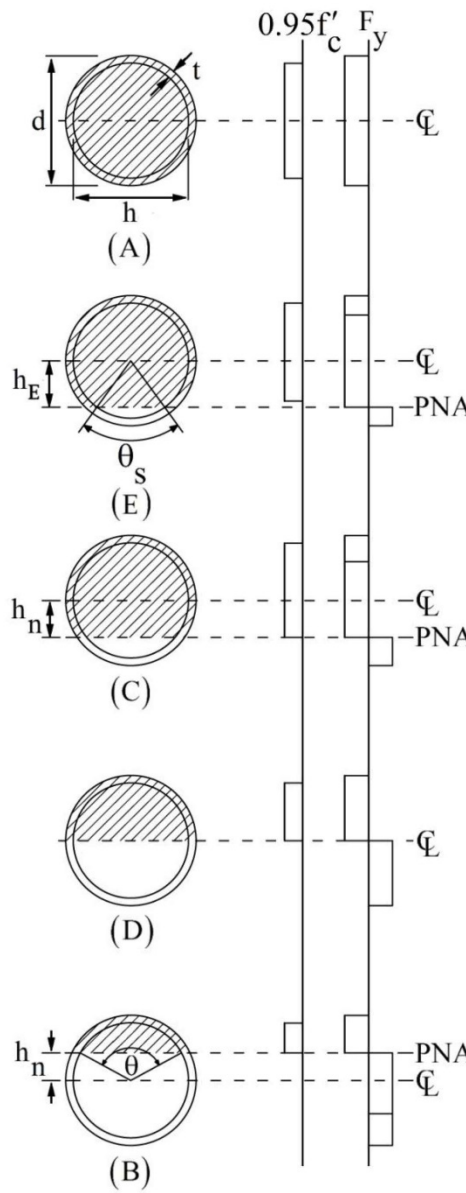
جدول ۹-۶- مقطع مرکب محصور شده، تحت اثر مشترک فشار و خمش حول محور ضعیف

روابط پیشنهادی	نقطه	نحوه‌ی توزیع تنش
$P_A = A_s F_y + A_{sr} F_{ysr} + \cdot / \lambda \Delta f'_c A_c$ $A_c = h_1 h_r - A_s - A_{sr}$	A	 (A)  (E)  (C)  (D)  (B)
$P_E = A_s F_y + (\cdot / \lambda \Delta f'_c) [A_c - \cdot / \Delta h_1 (h_r - b_f) + A_{sr} / \tau]$ $M_E = M_D - Z_{sE} F_y - \cdot / \Delta Z_{cE} (\cdot / \lambda \Delta f'_c)$ مدول مقطع پلاستیک مقطع فولاد کامل حول محور y: $Z_{sE} = Z_{sy}$ $Z_{cE} = (h_1 b_f^2) / \tau - Z_{sE}$	E	
$P_C = \cdot / \lambda \Delta f'_c A_c$ $M_C = M_B$	C	
$P_D = \cdot / \Delta \times \cdot / \lambda \Delta f'_c A_c$ $M_D = Z_s F_y + Z_r F_{sr} + \cdot / \Delta Z_c (\cdot / \lambda \Delta f'_c)$ مدول مقطع پلاستیک مقطع فولادی کامل حول محور y: Z_s $Z_r = A_{sr} (\cdot / \Delta h_r - c)$ $Z_c = (h_1 h_r^2) / \tau - Z_s - Z_r$	D	
$M_B = M_D - Z_{sn} F_y - \cdot / \Delta Z_{cn} (\cdot / \lambda \Delta f'_c)$ $Z_{cn} = h_1 h_n - Z_{sn}$ برای h_n در زیر بال $(t_w / \tau < h_n \leq b_f / \tau)$ $h_n = \frac{\cdot / \lambda \Delta f'_c (A_c + A_s - \tau t_f b_f) - \tau F_y (A_s - \tau t_f b_f)}{\tau [\tau t_f F_y + (h_1 - \tau t_f) \cdot / \lambda \Delta f'_c]}$ $Z_{sn} = Z_s - \tau t_f (\cdot / \Delta b_f + h_n) (\cdot / \Delta b_f - h_n)$ برای h_n در داخل بال $(h_n > b_f / \tau)$ $h_n = \frac{\cdot / \lambda \Delta f'_c (A_c + A_s) - \tau F_y A_s}{\tau [\cdot / \lambda \Delta f'_c h_1]}$ مدول مقطع پلاستیک مقطع فولاد کامل حول محور y: $Z_{sn} = Z_{sy}$	B	

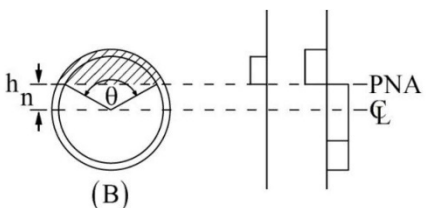
جدول ۹-۷- مقطع مرکب مستطیلی پر شده، تحت اثر مشترک فشار و خمش

نحوه‌ی توزیع تنش	نقطه	روابط پیشنهادی
 (A)	A	$P_A = F_y A_s + 0.85 f'_c A_c$ A_s : سطح مقطع فولادی $A_c = h_1 h_f - 0.85 \lambda f'_c$ $h_1 = b - t$ $h_f = d - t$
 (E)	E	$P_E = 0.85 f'_c A_c + 0.85 f'_c h_1 h_E + \phi F_y t h_E$ $M_E = M_D - F_y Z_{sE} - 0.85 f'_c Z_{cE}$ $Z_{cE} = h_1 h_E$ $Z_{sE} = t h_E$ $h_E = h_n / \phi + d / \phi$
 (C)	C	$P_C = 0.85 f'_c A_c$ $M_C = M_B$
 (D)	D	$P_D = 0.85 f'_c A_c$ $M_D = F_y Z_s + 0.85 f'_c Z_c$ $Z_s = x$: مدول مقطع کامل فولادی مستطیلی حول محور y $Z_c = (h_1 h_f) / \phi - 0.85 \lambda f'_c$
 (B)	B	$M_B = M_D - F_y Z_{sn} - 0.85 f'_c Z_{cn}$ $Z_{sn} = t h_n$ $Z_{cn} = h_1 h_n$ $h_n = \frac{0.85 f'_c A_c}{\phi [0.85 f'_c h_1 + \phi t F_y]} \leq \frac{h_f}{\phi}$

جدول ۹-۸- مقطع مرکب لوله‌ای پر شده، تحت اثر مشترک فشار و خمش

نحوه‌ی توزیع تنش	نقطه	روابط پیشنهادی
 (A) (B) (C) (D) (E)	A	$P_A = F_y A_s + \alpha / \alpha \Delta f'_c A_c$ $A_s = \pi (d t - t^2)$ $A_c = \pi h^2 / 4$
	E	$P_E = P_A - \frac{1}{4} \left[F_y (d^2 - h^2) + \alpha / \alpha \Delta f'_c h^2 \right] (\theta_r - \sin \theta_r)$ $M_E = F_y Z_{sE} + \alpha / \alpha \Delta f'_c Z_{cE}$ $Z_{cE} = \frac{h^2}{\epsilon} \sin^2 \left(\frac{\theta_r}{2} \right)$ $Z_{sE} = \frac{(d^2 - h^2)}{\epsilon} \sin \left(\frac{\theta_r}{2} \right)$ $h_E = h_n / 2 + h / 4$ $\theta_r = \pi - 2 \arcsin (2 h_E / h)$
	C	$P_C = \alpha / \alpha \Delta f'_c A_c$ $M_C = M_B$
	D	$P_C = \alpha / \alpha \Delta f'_c A_c$ $M_C = M_B$ $P_D = \alpha / \alpha \times \alpha / \alpha \Delta f'_c A_c$ $M_D = F_y Z_s + \alpha / \alpha \Delta f'_c Z_c$ $Z_c = h_r / \epsilon$ مدول مقطع پلاستیک مقطع فولادی: $Z_s = d^2 / 6 - Z_c$

جدول ۹-۹- مقطع مرکب لوله‌ای پر شده، تحت اثر مشترک فشار و خمش (ادامه)

نحوه‌ی توزیع تنش	نقطه	روابط پیشنهادی
	B	$M_B = F_y Z_{sB} + \frac{1}{5} (0.95 f'_c Z_{cB})$ $Z_{sB} = \frac{(d^r - h^r)}{6} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ $Z_{cB} = \frac{(h^r \sin^r)(\theta/2)}{6}$ $\theta = \frac{0.26 \cdot K_c - 2K_s}{0.848 K_c}$ $\theta + \frac{\sqrt{(0.26 \cdot K_c + 2K_s)^2 + 0.857 K_c K_s}}{0.848 K_c}$ بر حسب رادیان $K_c = f'_c h^r$ $h_n = \frac{h}{2} \sin\left(\frac{\pi - \theta}{2}\right) \leq \frac{h}{2}$ با فرض لاغری جدار مستطیلی: $K_s = F_y \left(\frac{d-t}{2}\right) t$

❖ در جداول ۹-۵ تا ۹-۹، مقادیر M_A و P_B ، براساس نمودارهای نشان داده شده در قسمت‌های قبل برابر صفر خواهد بود.

❖ یادآوری می‌شود که این جداول براساس توزیع تنش پلاستیک تنظیم شده اند. بنابراین در استفاده از آن‌ها توجه به شرایط لازم برای دادن چنین توزیع تنشی الزامی است.

مثال ۹-۹- ستونی به صورت مرکب محصور شده به طول $4/2^m$ و ابعاد 60×60 از یک هسته‌ی فولادی از ST۳۷ و بتنی با مقاومت مشخصه $f'_c = 35 \text{ kg/cm}^2$ تشکیل شده است. این ستون را که با استفاده از ترکیب بارهای سطح بهره برداری به صورت زیر بارگذاری شده است، با فرض کمانش حول محور قوی در حالت مقاومت مجاز و با استفاده از روش‌های الف و ب طراحی و نمودار اندرکنش آن را ترسیم نمایید.

$$B_1 = 1/0, B_2 = 1/2, P_{nt} = 45 \text{ ton}, P_{lt} = 55 \text{ ton}, M_{nt} = 15 \text{ ton.m}, M_{lt} = 4 \text{ ton.m}$$

حل:

با توجه به مسائل اجرایی و الگوهای پیشنهادی در شکل ۹-۲۱ از ۱۲ میلگرد طولی استفاده می‌شود. پوشش بتن و قطر تنگ‌های عرضی نیز به ترتیب، 6cm و 12cm انتخاب می‌شود. نسبت آرماتورهای طولی (ρ_{sr}) باید حداقل 0.04% باشد.

$$A_g = 60 \times 60 = 3600\text{cm}^2$$

$$\rho_{sr} = \frac{A_{sr}}{A_g} \geq 0.04$$

$$A_{sr} \geq 0.04 \times 3600$$

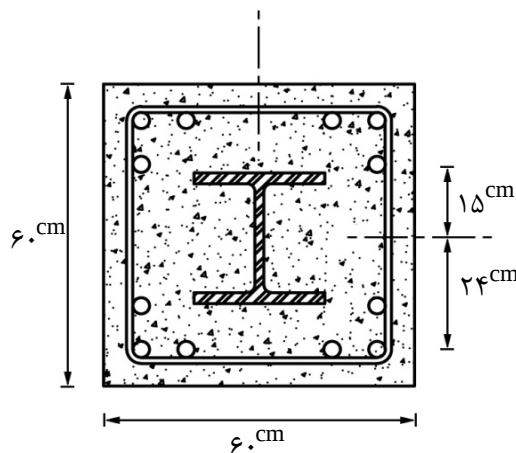
$$A_{sr} \geq 144\text{cm}^2$$

بنابراین مساحت هر میلگرد طولی باید حداقل برابر $144/12 = 12\text{cm}^2$ باشد.

$$\frac{\pi d^2}{4} \geq 12 \Rightarrow d \geq 1.23\text{cm}$$

Use: $12\Phi 28$

$$A_{sr} = 12 \times \frac{\pi \times 28^2}{4} = 7392\text{cm}^2$$



در صورتی که از پروفیل فولادی IPB220 استفاده شود:

$$A_s = 91\text{cm}^2, \quad b_f = 22\text{cm}$$

حداقل فاصله بین مقطع فولادی و میلگردهای طولی برابر خواهد بود با:

$$S = \frac{60 - 22}{2} - 6 - \frac{22}{2} = 11\text{cm}$$

فاصله آزاد بین مقطع فولادی و آرماتورهای طولی باید از ۱/۵ برابر قطر آرماتور طولی و ۴۰^{mm} بیشتر باشد.

$$11/6 > \text{Max}\{1/5 \times 2/8, 4\} = 4/2 \quad \text{OK}$$

مشخصات مقاومتی مصالح:

$$F_y = 2400 \text{ kg/cm}^2, \quad F_{yrs} = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$$

$$W_c = 2400 \text{ m}^3$$

$$E_c = 0.135 W_c^{1/5} \sqrt{f'_c} = 0.135 \times 2400^{1/5} \sqrt{350} = 29695.0/9 \text{ kg/cm}^2$$

مشخصات IPB۲۲۰:

$$I_{sx} = 809 \text{ cm}^4, \quad A_s = 91 \text{ cm}^2, \quad b_f = 2/2 \text{ cm}, \quad t_w = 0.95 \text{ cm}, \quad t_f = 1/6 \text{ cm}, \quad Z_s = 828 \text{ cm}^3$$

مشخصات میلگردهای طولی (۱۲Φ۲۸):

سطح مقطع هر میلگرد طولی برابر است با:

$$A_{1sr} = \frac{\pi (2/8)^2}{4} = 6/16 \text{ cm}^2$$

بنابراین:

$$A_{sr} = 73/92 \text{ cm}^2$$

$$I_{srx} = I_{sry} = 8 \left[\frac{\pi (1/25)^4}{4} + 6/16 (24)^2 \right] + 4 \left[\frac{\pi (1/25)^4}{4} + 6/16 (15)^2 \right]$$

$$= 33944/0.1 \text{ cm}^4$$

مشخصات قسمت بتنی:

$$A_c = 3600 - 91 - 73/92 = 3435/0.8 \text{ cm}^2$$

$$I_{cx} = I_{cgx} - I_{sx} - I_{srx} = \frac{6.4}{12} - 809 - 33944/0.1 = 1037965/99 \text{ cm}^4$$

تعیین مقاومت مقطع مرکب:

نقطه‌ی A ($M_A = 0$):

$$\begin{aligned}
 P_A &= A_s F_y + A_{sr} F_{yr} + 0.85 A_c f'_c \\
 &= (91)(2400) + (73/92)(4200) + 0.85(3435/0.8)(350) = 1550/8 \text{ ton} \\
 C_1 &= 0.1 + 2 \left[A_s / (A_c + A_s) \right] = 0.1 + 2 \left[91 / (3435/0.8 + 91) \right] = 0.15 < 0.3 \quad \text{OK} \\
 EI_{\text{eff}} &= E_s I_{sx} + 0.5 E_s I_{srx} + C_1 E_c I_{cx} \\
 &= (2/1 \times 10^6)(8090) + 0.5(2/1 \times 10^6)(33944/0.1) \\
 &\quad + (0.15)(296950/91)(1037965/99) = 9/88 \times 10^{10} \text{ kg.cm}^2
 \end{aligned}$$

با فرض $K = 1$ داریم:

$$P_e = \frac{\pi^2 (EI_{\text{eff}})}{(KL)^2} = \frac{\pi^2 (9/88 \times 10^{10})}{(1 \times 420)^2} = 5527/87 \text{ ton}$$

$$P_A / P_e = 0.28 < 2/25$$

$$P_{A'} = P_A \left[0.658 \left(\frac{P_A}{P_e} \right) \right] = 1378/99 \text{ ton}$$

نقطه‌ی D:

$$P_D = \frac{A_c (0.85 f'_c)}{2} = 510/97 \text{ ton}$$

$$P_{D'} = P_D \left(0.658 \left(\frac{P_D}{P_e} \right) \right) = 491/58 \text{ ton}$$

به دلیل آن که آرایش میلگردهای طولی در این مثال با نمونه‌های ذکر شده در جدول متفاوت است، نمی‌توان برای به دست آوردن Z_T از فرمول جدول استفاده نمود.

Z_S : اساس پلاستیک مقطع فولادی

$$Z_S = 828 \text{ cm}^3$$

A_{srs} : سطح مقطع میلگردهای طولی، روی خط مرکزی مقطع

$$A_{srs} = 0$$

$$c = 6 \text{ cm}$$

$$Z_r = \left(\frac{1}{12} \times 73 / 92 \right) (24) + \left(\frac{4}{12} \times 73 / 92 \right) (15) = 1552 / 32 \text{ cm}^3$$

$$Z_c = \frac{h_1 h_2}{4} - Z_s - Z_r = \frac{(60)(60)}{4} - 828 - 1552 / 32 = 51619 / 68 \text{ cm}^3$$

$$M_D = Z_s F_y + Z_r F_{yr} + \frac{Z_c}{4} (\cdot / \lambda \Delta f'_c)$$

$$= (828)(2400) + (1236 / 9)(4200) + \cdot / 5 (51619 / 68) (\cdot / \lambda \Delta) (350) = 161 / 85 \text{ ton.m}$$

$$M_{D'} = M_D = 161 / 85 \text{ ton.m}$$

نقطه ی B (P_B = ۰/۰)

با فرض h_n در داخل بال $\frac{d}{4} < h_n < \left(\frac{d}{4} - t_f \right)$ داریم:

$$h_n = \frac{\cdot / \lambda \Delta f'_c (A_c + A_s - db_f + A_{srs}) - 2F_y (A_s - db_f) - 2F_{yrs} A_{srs}}{2(\cdot / \lambda \Delta f'_c (h_1 - b_f) + 2F_y b_f)}$$

$$h_n = \frac{\cdot / \lambda \Delta \times 350 (3435 / 0.8 + 91 - 22(22) + \cdot) - 2(2400)(91 - 22(22)) - 2(4200)(\cdot)}{2[(\cdot / \lambda \Delta)(350)(60 - 22) + 2(2400)(22)]}$$

$$h_n = 11 / 94 \text{ cm}$$

$$h_n > \frac{d}{4} = \frac{22}{4} = 11$$

بنابراین h_n در بالای بال قرار دارد.

$$h_n = \frac{\cdot / \lambda \Delta f'_c (A_c + A_s + A_{srs}) - 2F_y A_s - 2F_{yrs} A_{srs}}{2(\cdot / \lambda \Delta f'_c h_1)}$$

$$h_n = \frac{\cdot / \lambda \Delta \times 350 (3435 / 0.8 + 91 + \cdot / \cdot) - 2(2400)(91) - 2(4200)(\cdot / \cdot)}{2[(\cdot / \lambda \Delta)(350)(60)]}$$

$$h_n = 17 / 1527 > \frac{d}{4} \quad \text{OK}$$

$$Z_{sn} = Z_{sx} = 828 \text{ cm}^3$$

$$Z_{cn} = h_1 h_n - Z_{sn} = (60)(17 / 15) - 828 = 16819 / 35 \text{ cm}^3$$

$$M_B = M_D - Z_{sn} F_y - \frac{1}{2} Z_{cn} (\cdot / \Delta f'_c)$$

$$= 161 / 85 \times 10^5 - 828 (2400) - \frac{1}{2} (16819 / 35) (\cdot / 85) (350) = 116 / 96 \text{ ton.m}$$

$$M_{B'} = M_B = 116 / 96 \text{ ton.m}$$

نقطه‌ی C $(M_c = M_B, P_c = \cdot / \Delta f'_c A_c)$:

$$P_c = A_c (\cdot / \Delta f'_c) = 3435 / 8 (\cdot / 85 \times 350) = 1021 / 94 \text{ ton}$$

$$P_{c'} = P_c \left(\cdot / 658 \left(\frac{P_c}{P_e} \right) \right) = 945 / 84 \text{ ton}$$

$$M_{C'} = M_C = 116 / 96 \text{ ton.m}$$

تعیین مقاومت مجاز فشاری و خمشی $(\Omega_c = 2 / 0.7, \Omega_b = 1 / 67)$:

$$P_{A''} = \frac{P_{nA}}{\Omega_c} = \frac{1378 / 99}{2} = 689 / 49 \text{ ton}$$

$$M_{A''} = \cdot / \cdot$$

$$P_{B''} = \cdot / \cdot$$

$$M_{B''} = \frac{M_{nB}}{\Omega_b} = \frac{116 / 96}{1 / 67} = 70 / 0.3 \text{ ton.m}$$

$$P_{C''} = \frac{P_{nC}}{\Omega_c} = \frac{945 / 84}{2} = 472 / 92 \text{ ton}$$

$$M_{C''} = \frac{M_{nC}}{\Omega_b} = \frac{116 / 96}{1 / 67} = 70 / 0.3 \text{ ton.m}$$

$$P_{D''} = \frac{P_{nD}}{\Omega_c} = \frac{491 / 58}{2} = 245 / 79 \text{ ton}$$

$$M_{D''} = \frac{M_{nD}}{\Omega_b} = \frac{161 / 85}{1 / 67} = 96 / 92 \text{ ton.m}$$

تعیین تلاش‌های تشدید یافته:

$$P_r = P_{nt} + B_r P_{lt}$$

$$P_s = 450 + 1/2 \times 55 = 516^{\text{ton}}$$

$$M_r = B_l M_{nt} + B_r M_{lt}$$

$$M_s = 1/0 \times 15 + 1/2 \times 4 = 19/8^{\text{ton.m}}$$

الف- بررسی کفایت مقطع بر اساس روش الف

$$P_c = 689/49^{\text{ton}}$$

$$\frac{P_r}{P_c} = \frac{516}{689/49} = 0.75 > 0.7$$

$$\frac{P_r}{P_c} + \frac{\lambda}{9} \left(\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) = 0.75 + \frac{\lambda}{9} \left(\frac{19/8}{70/0.3} \right) = 1.001 \leq 1 \quad \text{OK}$$

ب- بررسی کفایت مقطع بر اساس روش ب

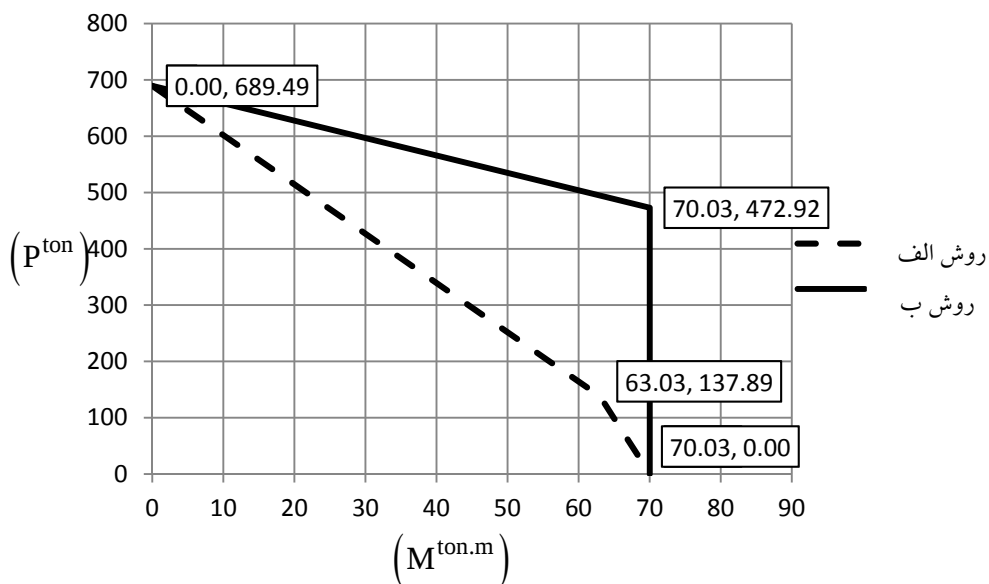
$$P_{c''} = 472/92^{\text{ton}}$$

$$P_r > P_{c''}$$

$$\frac{P_r - P_{c''}}{P_{A''} - P_{c''}} + \frac{M_{rx}}{M_{c''x}} + \frac{M_{ry}}{M_{c''y}} = \frac{516 - 472/92}{689/49 - 472/92} + \frac{19/8}{70/0.3} = 0.48 < 1 \quad \text{OK}$$

با استفاده از داده‌های به دست آمده می‌توان نمودارهای اندرکنش خمشی و نیروی محوری را در دو روش

رسم و با یکدیگر مقایسه نمود.



در مورد نقطه‌ی $(۶۳/۰۳, ۱۳۷/۸۹)$ از نمودار مربوط به روش ب داریم:

$$\frac{P_r}{P_{A''}} = 0.2 \Rightarrow P_r = 0.2 \times 689.49 = 137.89 \text{ ton}$$

$$\frac{P_r}{P_{A''}} + \frac{M_r}{M_{B''}} = 1 \Rightarrow 0.2 + \frac{M_r}{170.03} = 1 \Rightarrow M_r = 63.03 \text{ ton.m}$$